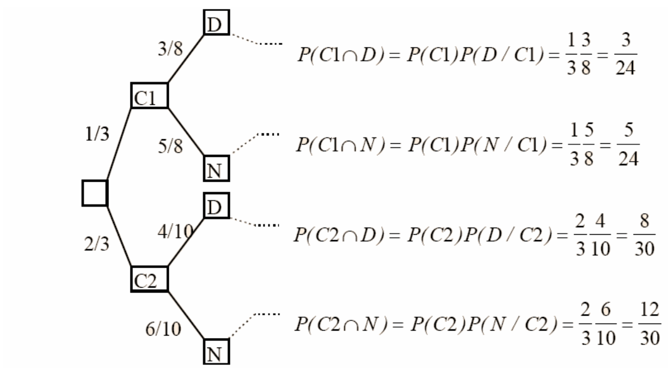
ESTADÍSTICA APLICADA

T3 Probabilitat



T3 – 3.2: Axiomàtica de la Probabilitat

MA1 EPSEB

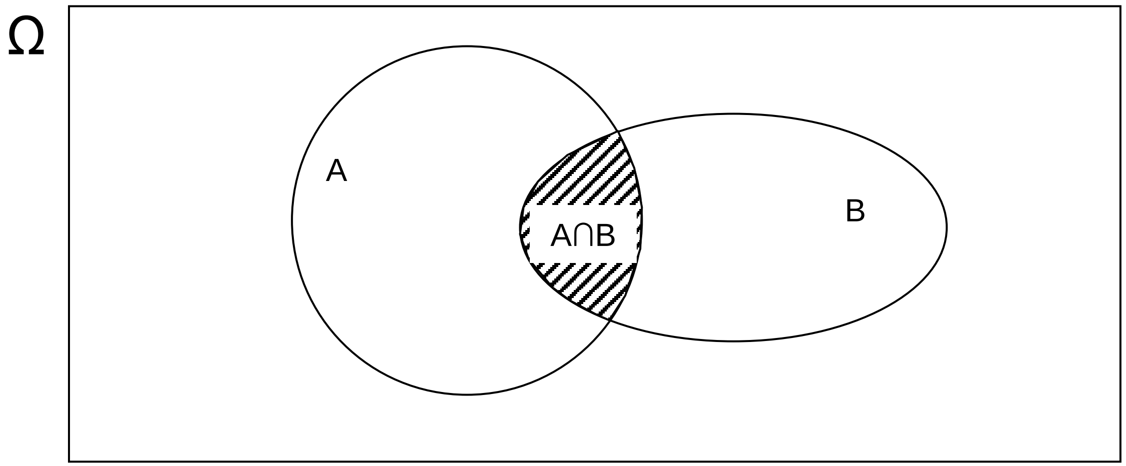
- Experiment aleatori (resultat no previsible) vs. experiment determinista (resultat previsible)
- L'espai mostral, Ω, és el conjunt de tots els resultats possibles que es poden obtenir al realitzar un experiment aleatori. Cada un d'aquests resultats és un esdeveniment elemental *(a, b, c, ...)*
- Un esdeveniment *(A, B, C, ...)* és qualsevol subconjunt de Ω. El conjunt d'esdeveniments, E = *Parts*(Ω) inclou Ω (esdeveniment segur) i Ø (esdeveniment impossible)
- Exemple (llançament d'un dau):
  - $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - $E = \{\Omega, \emptyset, \{1\}, \{2\}, \ldots, \{1,2\}, \{1,3\}, \ldots, \{1,2,3\}, \ldots, \{1,2,3,4\}, \ldots\}$

(Continua)

T3 – 3.2: Axiomàtica de la Probabilitat

MA1 EPSEB

- Si A i B són dos esdeveniments, aleshores:
  - A U B és l'esdeveniment que es compleix quan A o B (unió)
  - A ∩ B és l'esdeveniment que es compleix quan A i B (intersecció)
  - Ā és l'esdeveniment que es compleix quan no A (complementari)
  - A i B són incompatibles ←→ A ∩ B = Ø



- Exemple (llançament d'un dau): A = {parell}, B = {3, 6}, C = {senar} → A i C incompatibles, A i B compatibles, ...

(Continua)

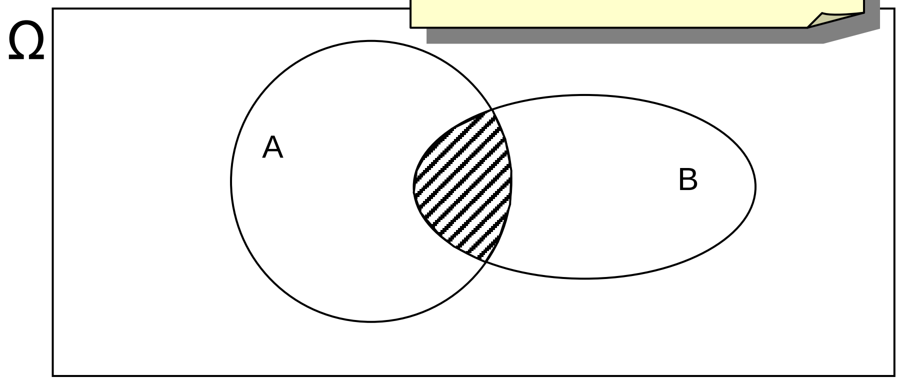
T3 – 3.2: Axiomàtica de la Probabilitat

MA1 EPSEB

- Una probabilitat, P, és una aplicació P : E → IR tal que:
  1. $P(A) \geq 0$
  2. $P(\Omega) = 1$
  3. $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Observació: $0 \leq P(A) \leq 1$

Probabilitat ←→ Àrea

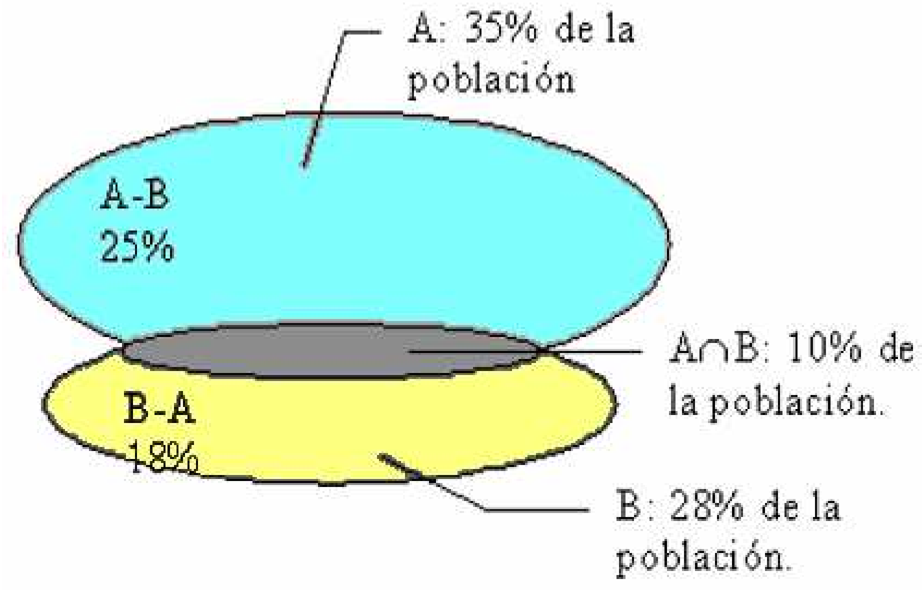


- Propietats:
  1. $P(\emptyset) = 0$
  2. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  3. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
  4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(Continua)

- Exemple 5:

35% A, 28% B, 10% A i B



a) P(A o B)?

$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.35 + 0.28 - 0.10 = 0.53$

b) P(A però no B)?

$P(A - B) = 0.35 - 0.10 = 0.25$

c) P(només un)?

P(només A o només B) = 0.25 + 0.18 = 0.43

d) P(cap)?

$P(cap) = 1 - P(AUB) = 0.47$

T3 – 3.3: Prob. Condicionada i Tma. Bayes

- Probabilitat condicionada d'A sabent que s'ha donat B:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Exemple 6:

M1 60% peces, M2 40% peces, P(D/M1) = 0.03, P(D/M2) = 0.02

a) P(D)?

P(D) = P(M1∩D) + P(M2 ∩D) =

= 0,018 + 0.008 = 0.026

b) P(M1/D)?

P(M1/D) = P(M1∩D) / P(D) = 0.018 / 0.026 = 0.69

(Continua)

T3 – 3.3: Prob. Condicionada i Tma. Bayes

MA1 EPSEB

- A i B són independents ⇔ $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
- A i B són independents ⇔ $P(A/B) = P(A)$ i $P(B/A) = P(B)$
- Atenció!: independents ≠ incompatibles
- Teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Ens permet obtenir una condicionada a partir de la contrària

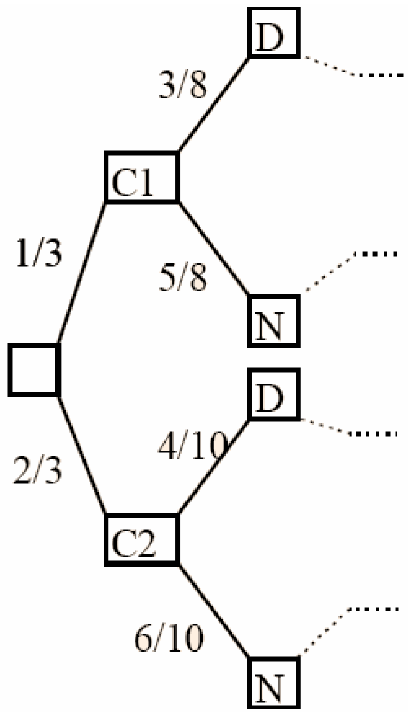
- Exemple 7 (continua del 6):
  - P(M1/D)?

    $P(M1/D) = P(D/M1)*P(M1) / P(D) = 0.03*0.6 / 0.026 = 0.69$

T3 – 3.4: Diagrames d'Arbre

MA1 EPSEB

- Sèrie d'experiments seqüencials, cada un d'ells amb dos possibles resultats
- Exemple 9: llançar dau; si dau < 3 → C1, sino → C2; C1: 8 peces (3 defect.), C2: 10 peces (4 defect.); P(defect.)?



$$P(C1 \cap D) = P(C1)P(D/C1) = \frac{1}{3}\frac{3}{8} = \frac{3}{24}$$

$$P(C1 \cap N) = P(C1)P(N/C1) = \frac{1}{3}\frac{5}{8} = \frac{5}{24}$$

$$P(C2 \cap D) = P(C2)P(D/C2) = \frac{2}{3}\frac{4}{10} = \frac{8}{30}$$

$$P(C2 \cap N) = P(C2)P(N/C2) = \frac{2}{3}\frac{6}{10} = \frac{12}{30}$$

P(D) = 3/24 + 8/30 = 47/120 = 0.4