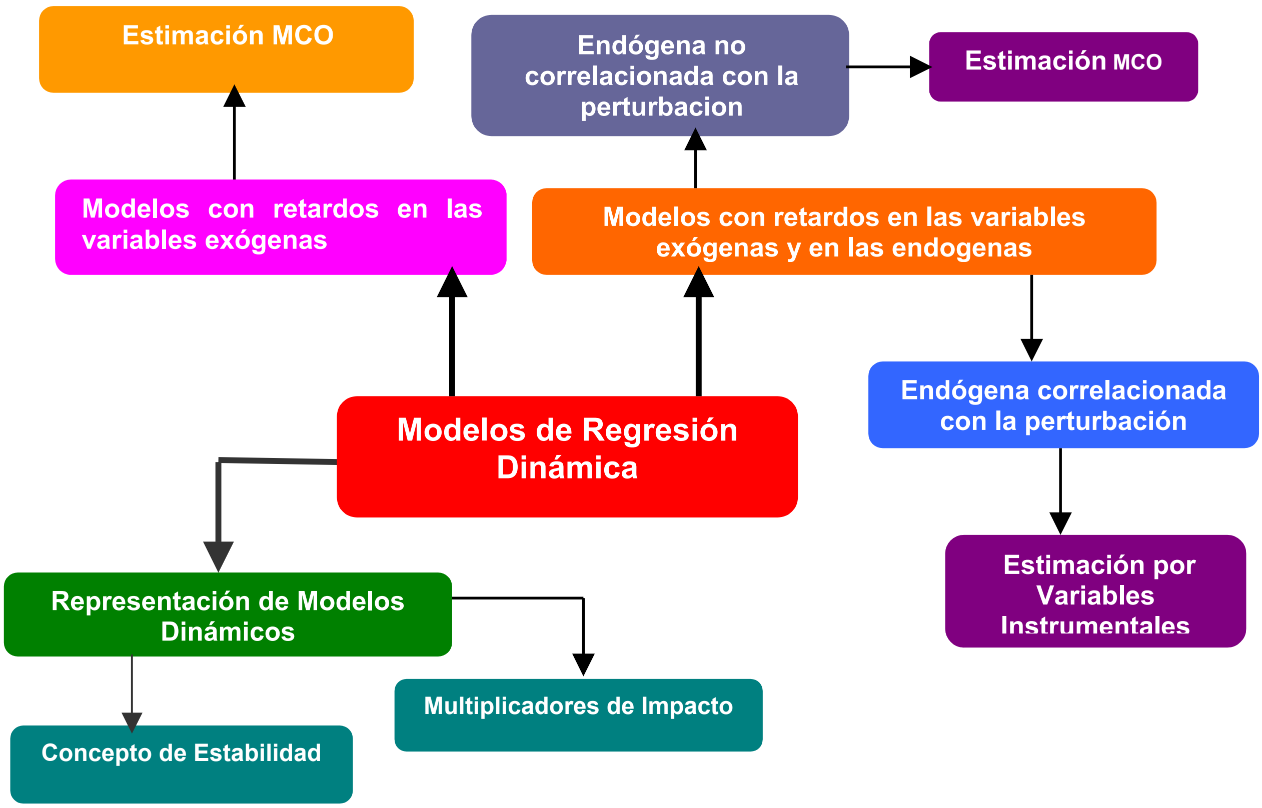
MODELOS DE REGRESIÓN DINÁMICA

Autores: Luis Manzanedo del Hoyo (lmanzanedo@uoc.edu), Ángel A. Juan Pérez (ajuanp@uoc.edu), Renatas Kizys (rkizys@uoc.edu).

ESQUEMA DE CONTENIDOS



INTRODUCCIÓN

Las formulaciones realistas de los modelos económicos requieren la inserción de variables explicativas retardadas. Así la inversión en bienes de equipo que se realiza en el período actual influirá en la producción de éste y en la de años posteriores, también se da el caso contrario en que la producción de un período esté afectada por el gasto en bienes de equipo realizado con anterioridad.

Este mismo fenómeno se puede observar a nivel microeconómico, al analizar la influencia que sobre las ventas de una empresa tienen los gastos en publicidad realizados en un período, éstos en general suelen influir en las ventas de períodos posteriores.

OBJETIVOS

- Entender en qué consisten los Modelos de Regresión Dinámica (MRD) y su importancia en la economía aplicada.
- Conocer las causas económicas por las que se presentan los MRD en economía.
- Analizar el problema de los MRD, y comprender los conceptos de estabilidad, multiplicadores y retardo medio.
- Estudiar el problema de estimación de los MRD en las diferentes clases de estos modelos
- Aprender a estimar, con ayuda de Minitab, MRD con especial atención al método de Mínimos Cuadrados en dos Etapas (MC2E).

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Aparte de estar iniciado en el uso de Excel y del paquete estadístico Minitab, resulta muy conveniente haber leído con profundidad los siguientes *math-blocks*:

- Regresión Lineal Múltiple
- Autocorrelación
- Multicolinealidad

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Representación de los modelos dinámicos

En esta presentación diferenciaremos entre los casos en que: (1) en las variables explicativas no hay valores retardados de la endógena, (2) existen retardos de la endógena como variables explicativas.

1.- Variables explicativas con retardos de la variable exógena

La forma de este modelo será:

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \delta_1 X_{t-1} + ... + \delta_s X_{t-s} + u_t$$

Siendo μ el término independiente y u_t un proceso de ruido blanco.
Este tipo de modelos se les denomina **modelos de retardos distribuidos de orden s –RD(s)-**
Para facilitar el manejo de estos modelos se define el **operador de retardo**, L, por:

$$LX_t = X_{t-1}$$
$$L^k X_t = \overset{k}{L.......\,....L} X_t = X_{t-k}$$

Aplicando el operador de retardo al modelo anterior se tendrá :

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \delta_1 L X_t + ... + \delta_s L^s X_t + u_t \;=\; \mu + (\delta_0 + \delta_1 L + ... + \delta_s L^s) X_t + u_t$$
$$Y_t = \mu + D(L) X_t + u_t \qquad (1)$$

siendo $D(L)$ el polinomio de orden s, $D(L) = \delta_0 + \delta_1 L + ... + \delta_s L^s$

2.- Variables explicativas con retardados de la variable endógena

Este modelo quedaría en la forma:
$Y_t = \eta + \beta_0 X_t + \alpha_1 Y_{t-1} + ... + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$
se les denomina **modelos autorregresivos de orden p –AR(p)-**

3.- Variables explicativas con retardados de la variable exógena y endógena

También puede ocurrir que los valores previos de la variable endógena influyan en su nivel actual. Este hecho da lugar a un modelo dinámico más general, representado por:

$$Y_t = \eta + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + ... + \beta_q X_{t-q} + \alpha_1 Y_{t-1} + ... + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

en el que aplicando el operador de retardos y siguiendo los pasos anteriores, se tendrá:

$$A(L)(Y_t - \eta) = B(L) X_t + \varepsilon_t \qquad (2)$$

donde $A(L) = 1 + \alpha_1 L + ... + \alpha_p L^p$; $B(L) = \beta_0 + \beta_1 L + ... + \beta_q L^q$

Si en el modelo (2) dividimos por A(L) se obtiene un modelo similar a la expresión (1)

$$Y_t = \mu + \frac{B(L)}{A(L)} X_t + u_t \qquad (3)$$

con $\eta = A(L)\mu$; $\varepsilon_t = A(L) u_t$

Comparando los modelos (1) y (3) se tiene que: $D(L) = \dfrac{B(L)}{A(L)}$

Este tipo de modelos se les denomina **modelos autorregresivos y retardos distribuidos de orden (p,q) –AD(p,q)-**

4.-hipótesis de Koyck

La hipótesis de Koyck nos permite pasar de un modelo RD(∞), en el cual tendríamos que estimar un número infinito de parámetros, a otro AR(1), mucho más manejable. Veámos cómo:

Partimos de un modelo RD(∞):

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + ... + u_t$$

La hipótesis de Koyck consiste en suponer que existe un valor real δ, con 0<δ<1, tal que: $\beta_j = \beta_0 \delta^j$ para j = 0, 1, 2, ...

Observar que esta hipótesis supone que, a menudo que n aumenta, menor es la influencia de Xt-n sobre Yt.

Sustituyendo la expresión anterior de los βj en el modelo RD(∞) se llega al modelo AR(1) siguiente:

$Y_t = \alpha(1-\delta) + \beta_0 X_t + \delta Y_{t-1} + v_t$ donde $v_t = u_t - \delta u_{t-1}$

Interpretación de los modelos dinámicos

Un **modelo es estable** cuando cumple alguna de las dos condiciones siguientes:

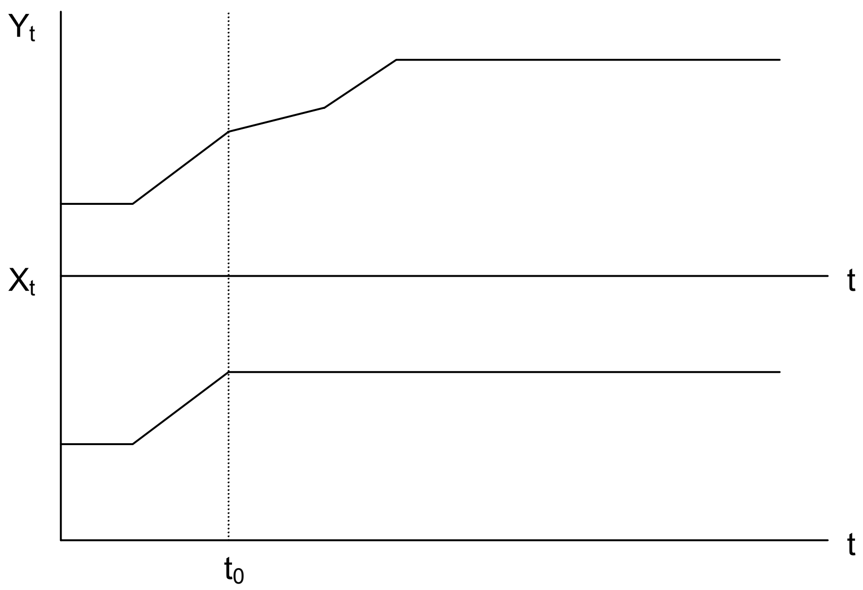
1.- Ante una **variación puntual** en el valor de una variable explicativa, la variable dependiente retorna a su valor de equilibrio.

2.- Ante una **variación permanente** en el valor de una variable explicativa, la variable dependiente evoluciona hacia un nuevo valor de equilibrio.

Se demuestra que para que un modelo dinámico sea estable las raíces del polinomio A(L) deben ser en valor absoluto mayores que la unidad.

Esta condición de estabilidad nos asegura que al pasar del modelo dinámico (2) al (1) la suma de los coeficientes del polinomio D(L) es finita, es decir, la serie $\sum_{1}^{\infty} \delta_i < \infty$ es convergente. Por tanto el impacto sobre la variable endógena es finito, pasado un tiempo se retorna al equilibrio o bien, se tiende hacia un nuevo equilibrio.

f. Modelo RD estable



Multiplicadores y retardos

Estos conceptos son importantes al analizar el efecto que, sobre la variable explicada, tiene una variación unitaria de la variable explicativa.

Multiplicador de Impacto o Contemporáneo – m_0 – representa el cambio que se produce en la variable endógena (Y_t) ante una variación unitaria de la exógena en el período actual (X_t).

$$m_0 = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = \beta_0$$

En términos del polinomio $D(L)$ se tendrá que para L = 0, $D(0) = \delta_0 = \dfrac{B(0)}{A(0)} = \beta_0 = m_0$

Multiplicador de Retardo j – m_j – cuantifica el efecto que sobre la variable endógena (Y_t) tiene una variación unitaria de la exógena en el período t-j (X_{t-j}).

$$m_j = \frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}} \neq \beta_j$$

Observación: en este caso no coincide con β_j, porque existe una dependencia implícita de las variables dependientes retardadas.

Considerando el polinomio $D(L)$ se tendrá que $m_j = \dfrac{\partial Y_t}{\partial X_{t-j}} = \delta_j$

Multiplicador Total – m_T – es la suma de todos los multiplicadores $m_T = \sum_{j=0}^{\infty} m_j$

Si en el polinomio $D(L)$ se hace L=1, $D(1) = \sum_{j=1}^{\infty} \delta j = \dfrac{B(1)}{A(1)} = m_T$

Observación: para que un modelo tenga sentido económico el multiplicador total debe ser finito. Esto ocurrirá siempre que el proceso sea estable y viceversa.

Retardo Medio se define como la media ponderada, por el retardo, de todos los coeficientes del polinomio $D(L)$ es decir,

$$\text{Retardo Medio} = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} j\delta_j}{\sum_{j=1}^{\infty} \delta_j}$$

Derivando el polinomio $D(L)$ se tiene $D'(L) = \delta_1 + 2\delta_2 L + 3\delta_3 L^2 + ...$; y el retardo medio queda :

$$\text{Retardo Medio} = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} j\delta_j}{\sum_{j=1}^{\infty} \delta_j} = \frac{D'(1)}{D(1)} = \frac{B'(1)}{B(1)} - \frac{A'(1)}{A(1)}$$

La idea del retardo medio es informarnos si el impacto, sobre la variable endógena de una variación de la exógena, está muy concentrado o diluido en el tiempo.

Retardo Mediano se define como el instante en que se alcanza el 50% del impacto total que se produce en Y_t debido a una variación en X_t

Ejemplo: Dado el modelo dinámico: $y_t = \dfrac{3L}{1-0{,}9L+0{,}2L^2} x_t + u_t$, se pide:

(a) Multiplicador total
(b) Retardo medio
(c) Los coeficientes de x_{t-j} para j = 0,1, 2, 3

Solución

En este caso los polinomios asociados son:

$$B(L) = 3L$$
$$A(L) = 1 - 0{,}9L + 0{,}2L^2$$

Las raíces del polinomio $A(L)$ (2,5 y 2) son mayores de uno y en consecuencia el modelo es estable.

Para el tercer apartado vamos a necesitar los coeficientes del polinomio $D(L)$ que debemos calcular partiendo de los otros polinomios.

$$D(L) = \delta_0 + \delta_1 L + \delta_2 L^2 + \delta_3 L^3 + \delta_4 L^4 .... = \frac{B(L)}{A(L)} = \frac{3L}{1-0{,}9L+0{,}2L^2}$$

de donde:

$$\delta_0(1-0{,}9L+0{,}2L^2) + \delta_1 L(1-0{,}9L+0{,}2L^2) + \delta_2 L^2(1-0{,}9L+0{,}2L^2) +$$
$$+ \delta_3 L^3(1-0{,}9L+0{,}2L^2) + \delta_4 L^4(1-0{,}9L+0{,}2L^2) + ... = 3L$$

que realizando operaciones

$$3L = \delta_0 + (\delta_1 - 0{,}9\delta_0)L + (\delta_2 - 0{,}9\delta_1 + 0{,}2)L^2 + (\delta_3 - 0{,}9\delta_2 + 0{,}2\delta_1)L^3 +$$
$$+ (\delta_4 - 0{,}9\delta_3 + 0{,}2\delta_2)L^4 + ... + (\delta_i - 0{,}9\delta_{i-1} + 0{,}2\delta_{i-2})L^i + ...$$

Igualando coeficientes se tendrá:

$\delta_0 = 0$
$\delta_1 - 0{,}9\delta_0 = 3$; es decir, $\delta_1 = 3$
$\delta_2 - 0{,}9\delta_1 + 0{,}2 = 0 \rightarrow \delta_2 = 2{,}5$
$\delta_3 - 0{,}9\delta_2 + 0{,}2\delta_1 = 0 \rightarrow \delta_3 = 1{,}65$

siguiendo este algoritmo se llega al polinomio

$$D(L) = 3L + 2{,}5L^2 + 1{,}65L^3 + 0{,}985L^4 + 0{,}5565L^5 + ...$$

Veamos la solución de cada apartado:

(a) el multiplicador total

$$m_T = D(1) = \frac{B(1)}{A(1)} = \frac{3}{1-0{,}9+0{,}2} = 10 = \textstyle\sum_i \delta_i$$

(b) Retardo Medio

$$\mathrm{Re}tardo\_Medio = \frac{B'(1)}{B(1)} - \frac{A'(1)}{A(1)} = \frac{3}{3} - \frac{-0{,}9+0{,}2}{1-0{,}9+0{,}2} = 1 + 2{,}33 = 3{,}33$$

Como se observa en el apartado anterior el multiplicador total es 10 en consecuencia el 50% del impacto se habrá alcanzado para un valor de 5. Por tanto el Retardo Mediano estará será inferior a 2. Más exactamente teniendo en cuenta que para el retardo de orden 2 el impacto es 5,5 se tendrá, vía una proporcionalidad:

$$\mathrm{Re}tardo\_Mediano = \frac{2*5}{5,5} = 1,82$$

(**c) Los coeficientes de** x_{t-j} **para j = 0,1, 2, 3**

Teniendo en cuenta el polinomio $D(L)$ el modelo dinámico que nos ocupa puede ponerse en la forma:

$$y_t = (3L + 2,5L^2 + 1,65L^3 + 0,985L^4 + 0,5565L^5 + ...)x_t + u_t$$

$$y_t = 3x_{t-1} + 2,5x_{t-2} + 1,65x_{t-3} + 0,985x_{t-4} + 0,5565x_{t-5} + ... + u_t$$

Estimación de modelos dinámicos

Si intentamos la estimación de estos modelos con el método de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) vamos a encontrar una serie de problemas al no cumplirse alguna de las hipótesis “ideales” para que las estimaciones obtenidas sean “buenas” (insesgadez, mínima varianza). Por ello será necesario analizar la problemática que se presenta en cada caso para aplicar el método de estimación más adecuado.

Un problema que se presentará en estos modelos se debe a la existencia de valores retardados de la variable exógena (X_t, X_{t-1}, ..., X_{t-s}) como variables explicativas. Es de esperar que esta variable esté correlacionada con sus retardos y en consecuencia, estaremos ante un problema de multicolinealidad, tanto más importante cuanto más correlacionada esté X_t con sus retardos.

Otro obstáculo a superar estriba en el elevado número de parámetros a estimar cuando existen muchos retardos, para reducir el número parámetros se recurre a formular hipótesis acerca del comportamiento de los coeficientes de los retardos asociados a la variable exógena del modelo. En este sentido, las hipótesis más utilizadas son: el esquema de Koyck, la hipótesis de las Expectativas Adaptativas, Expectativas Racionales, los Modelos de Ajuste Parcial, o bien combinaciones de ellos.

Una de las hipótesis “ideales” para aplicar los MCO era que las variables explicativas son deterministas (no estocásticas). Sin embargo, cuando en un modelo dinámico figuren como variables explicativas retardos de la variable endógena (Y_t), estaremos incumpliendo esta hipótesis con lo que las estimaciones por MCO no son las “buenas”. Este problema introduce una doble casuística según que la variable explicativa esté o no correlacionada con el término de perturbación asociado al modelo.

1. Los retardos son de la variable exógena

Como dijimos anteriormente los problemas que se presentan son: (1) multicolinealidad por la correlación que existe entre la variable y sus retardos, (2) excesivo número de parámetros a estimar lo que afectaría a su fiabilidad, la solución estriba en efectuar hipótesis sobre la evolución del parámetro que permita simplificar el modelo.

Por tanto, obviando los problemas anteriores podemos aplicar MCO y obtener “buenos” estimadores.

2. Los retardos son de la variable endógena que no está correlacionada con la perturbación

Considerando el modelo

$$Y_t = \eta + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + ... + \beta_q X_{t-q} + \alpha_1 Y_{t-1} + ... + \alpha_p Y_{t-p} + u_t$$

En forma matricial, suponiendo que se tienen n observaciones para la estimación, se expresa:

$$Y = XB + U$$

Siendo $B = (\eta, \beta_0, \beta_1, ..., \beta_q, \alpha_1, ..., \alpha_p)'$, y X la matriz de observaciones de las variables explicativas (entre ellos los de la variable endógena).

Aplicando el método de MCO al modelo se obtienen los estimadores

$$\hat{B}_{MCO} = (X'X)^{-1} X'Y$$

Se demuestra que no son insesgados pero si consistentes, es decir, cuando la muestra es "grande" el estimador es insesgado.
De otra parte, cuando la muestra es "grande" la varianza de los estimadores se aproxima por $V(\hat{B}_{MCO}) \approx \sigma^2 (X'X)^{-1}$.

Como colofón a este apartado podemos afirmar, sobre la base de las propiedades anteriores, que en este caso de no correlación entre la variable explicada y la perturbación puede utilizarse el método de MCO para la estimación del modelo.

3. Los retardos son de la variable endógena que está correlacionada con la perturbación

Si aplicamos los MCO se demuestra que el estimador no es insesgado ni tampoco es consistente. El procedimiento de estimación que se utiliza para obviar este problema es el conocido como **Variables Instrumentales.** La idea de este método es sustituir los retardos de la variable exógena (Y_t) por otras p (instrumentos) o p combinaciones de h instrumentos (h>p), y así obviar el problema de la correlación con la perturbación.

Definición.- Una variable instrumental es aquella que verifica las tres condiciones siguientes: (1) no está en el modelo, (2) está muy correlacionada con la variable que va a sustituir, (3) no está correlacionada con la perturbación.

Sea W la matriz que contiene en sus columnas las observaciones de las variables explicativas del modelo que no han sido sustituidas (no instrumentadas) y las observaciones de las variables instrumentales.

El estimador por el método de las Variables Instrumentales (VI) será:

$$\hat{B}_{VI} = (W'X)^{-1} W'Y$$

Se demuestra que este estimador de Variables Instrumentales es consistente, y para grandes muestras su varianza aproximada es:

$$V(\hat{B}_{VI}) \approx \sigma^2 (W'X)^{-1} (W'W) [(W'X)^{-1}]'.$$

La estimación de la varianza residual se hará en la forma habitual, es decir,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{n-k} = \frac{(Y - X\hat{B}_{VI})'(Y - X\hat{B}_{VI})}{n-k}$$

siendo n el número de observaciones y k el de coeficientes estimados (nº de filas de $\hat{B}_{VI}$).

Mínimos Cuadrados en dos Etapas (MC2E)

Una versión interesante del método de VI, en el sentido que incorpora toda la información disponible, es el de los Mínimos Cuadrados en dos Etapas (MC2E). Para exponerlo consideremos el modelo

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 X_{1t} + \beta_3 X_{2t} + \beta_4 X_{3t} + u_t \tag{4}$$

en este modelo las variables X_{it} se suponen deterministas y al no estar correlacionadas con la perturbación podrían utilizarse como instrumentos si no fuese por que ya están como explicativas en el modelo, y se generaría el problema de multicolinealidad.

Una posible solución será utilizar como variable instrumental de Y_{t-1} una combinación lineal (Z_{t-1}) de los retardos de un período del resto de explicativas X_{it-1}. La matriz W asociada al método de VI será:

$$W = [1, X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, Z_{t-1}] \text{ y el estimador } \hat{B}_{VI} = (W'X)^{-1}W'Y,$$

siendo $X = [1, X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, Y_{t-1}]$.

Se demuestra que entre todas las combinaciones lineales la más eficiente (la que proporciona el estimador de menor varianza) es la que se obtiene estimando por MCO el modelo

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + \alpha_4 X_{3t} + \varepsilon_t \tag{5}$$

El método de MC2E se basa en esta propiedad y se implementa en las siguientes etapas:

Etapa 1

Se genera la variable $\hat{Y}_t$ utilizando la estimación MCO del modelo (5). Esta estimación verifica: (1) no está como explicativa en el modelo (4), (2) es combinación lineal de Y_t y por ello correlacionada con ella, (3) es combinación lineal de las variables deterministas (X_{it}) y en consecuencia no correlacionada con la perturbación.

Por tanto verifica las condiciones de ser una buena variable instrumental de Y_{t-1}.

Etapa 2

Utilizando $\hat{Y}_{t-1}$ como instrumento de Y_{t-1} se calcula el estimador de VI tomando, como matriz W, la matriz $\hat{X}$ dada por:

$$\hat{X} = [1, X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, \hat{Y}_{t-1}] \quad t=1, 2......n$$

el estimador MC2E será:

$$\hat{B}_{MC2E} = (\hat{X}'X)^{-1}\hat{X}'Y$$

y su varianza aproximada, para muestras grandes, vendrá dada por:

$$\mathrm{V}(\hat{B}_{\mathrm{MC2E}}) \approx \sigma^2(\hat{X}'X)^{-1}(\hat{X}'\hat{X})(\hat{X}'X)^{-1}$$

CASOS PRÁCTICOS

El profesor Luis Ángel Rojo en su libro "Renta, precios y balanza de pagos" hace depender el consumo de los hogares (c_t) de: (a) la renta disponible de los hogares (y_t^d), (b) la riqueza al comienzo del período (w_{t-1}), y (c) tipo de interés de los bonos (r_t). Formalmente se expresa por:
$c_t = f(y_t^d, w_{t-1}, r_t)$ con $f_y > 0, f_w > 0, f_r < 0$
suponiendo la función lineal

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t^d + \beta_2 w_{t-1} + \beta_3 r_t + u_t \qquad (6)$$

En la realidad no todo el incremento de la renta disponible se incorpora de manera inmediata al consumo, ni de otra parte tampoco ocurre que ante una variación en la renta el consumo responda de una forma inmediata sino que mas bien se va adaptando paulatinamente al nuevo nivel de renta. En los modelos económicos para contemplar las situaciones anteriores se formulan diferentes hipótesis acerca de cómo se incorpora la renta al consumo (entre ellas el modelo de expectativas adaptativas), o bien de cómo se ajusta el consumo a la nueva renta (entre ellas el modelo de ajuste parcial). En lo que sigue exponemos la formulación en que deriva el modelo (6) bajo cada uno de estos supuestos.

❑ Hipótesis de Expectativas Adaptativas

Esta hipótesis es consecuente con la teoría de la Renta Permanente, en la cual se supone que el consumo se planifica en función de una renta esperada (y_t^p) (renta permanente) a lo largo del período de análisis, en vez de planificarlo con la renta corriente (la disponible). Con esta nueva renta se plantean dos cuestiones: ¿Cómo se comporta la renta permanente ante las variaciones de la corriente? ¿Cómo aproximar empíricamente la renta permanente?. Al objeto de solventar este problema se supone que la renta permanente de los hogares se ajusta con retraso a las variaciones de la renta corriente, según la relación (hipótesis de Expectativas Adaptativas):

$$y_t^p - y_{t-1}^p = \lambda[y_t^d - y_{t-1}^p];\ 0 < \lambda < 1$$

siendo λ el parámetro que regula el ajuste. Otra forma de expresar lo anterior es:

$$y_t^p = \lambda y_t^d + (1-\lambda) y_{t-1}^p;\ 0 < \lambda < 1$$

Es decir, sólo una parte de la variación de la renta corriente queda incorporada a la renta permanente del período t. Se demuestra que bajo esta hipótesis se verifica:

$y_t^p = \dfrac{\lambda}{1-(1-\lambda)L} y_t^d$; que sustituyéndola en el modelo (6) se obtiene:

$$\begin{aligned}[1-(1-\lambda)L]c_t = {} & \beta_0[1-(1-\lambda)L] + \beta_1 \lambda y_t^d + \beta_2[1-(1-\lambda)L]w_{t-1} + \\ & + \beta_3[1-(1-\lambda)L]r_t + [1-(1-\lambda)L]u_t\end{aligned}$$

de donde

$$\begin{aligned} c_t &= \lambda\beta_0 + (1-\lambda)c_{t-1} + \beta_1\lambda y_t^d + \beta_2 w_{t-1} + \beta_2(\lambda-1)w_{t-2} + \\ &+ \beta_3 r_t + \beta_3(\lambda-1)r_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= u_t - (1-\lambda)u_{t-1} \end{aligned} \tag{7}$$

que reparametrizándole queda

$$c_t = \alpha_0 + \alpha_1 c_{t-1} + \alpha_2 y_t^d + \alpha_3 w_{t-1} + \alpha_4 w_{t-2} + \alpha_5 r_t + \alpha_6 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

En resumen aplicando la Hipótesis de las Expectativas Racionales al modelo (6) hemos llegado a un modelo dinámico en el que: (1) figura como variable explicativa del consumo de los hogares él mísmo retardado un período, (2) la perturbación del modelo presenta autocorrelación de 1er orden.

Como consecuencia de (2) también estará correlacionada c_{t-1} con el término de error y por tanto para la estimación de este modelo deberemos aplicar el método de Variables Instrumentales. Con ello obviaremos el problema de los MCO al estar una variable explicativa correlacionada con la perturbación.

Hipótesis de Ajuste Parcial

Ante una caída de la renta del consumidor, éste intentará mantener, en el corto plazo, los niveles de consumo deseado (c_t^*), si bien, en el largo plazo tendrá que adaptarse al nivel de consumo asociado a la nueva renta. Por tanto el modelo (6) quedara:

$$c_t^* = \beta_0 + \beta_1 y_t^d + \beta_2 w_{t-1} + \beta_3 r_t + u_t \tag{8}$$

La hipótesis de Ajuste Parcial propone que esta adaptación se realizará según la formula:

$$c_t - c_{t-1} = \lambda(c_t^* - c_{t-1}); \text{ con } 0 < \lambda < 1$$

Para obtener el consumo deseado en función del observado en el corto plazo se tendrá que:

$$c_t = \lambda c_t^* + (1-\lambda)c_{t-1}; \text{ con } 0 < \lambda < 1$$

Es decir, el consumo de los hogares en un determinado período es una combinación lineal convexa del deseado y de su valor previo. Se demuestra que :

$c_t = \dfrac{\lambda}{1-(1-\lambda)L} c_t^*$ de donde $c_t^* = \dfrac{[1-(1-\lambda)L]}{\lambda} c_t$ que sustituyéndola en el modelo (8) se obtendrá

$$[1-(1-\lambda)L]c_t = \lambda\beta_0 + \lambda\beta_1 y_t^d + \lambda\beta w_{t-1} + \lambda\beta_3 r_t + \lambda u_t$$

por tanto la formulación final del modelo (8) bajo la HAP será

$$\begin{aligned} c_t &= \lambda\beta_0 + (1-\lambda)c_{t-1} + \lambda\beta_1 y_t^d + \lambda\beta w_{t-1} + \lambda\beta_3 r_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \lambda u_t \end{aligned} \tag{9}$$

que reparametrizándole se tendrá

$$c_t = \alpha_0 + \alpha_1 c_{t-1} + \alpha_2 y_t^d + \alpha_3 w_{t-1} + \alpha_4 r_t + \varepsilon_t$$

En este caso el modelo que se ha obtenido se caracteriza por: (1) el retardo de primer orden del consumo figura como variable explicativa, (2) la perturbación asociada al modelo (ε_t) es un proceso ruido blanco, por serlo u_t, es decir, no presenta autocorrelación de orden uno como en el caso de la HEA.

Por tanto como la perturbación no presenta autocorrelación tampoco estará correlada la variable explicativa c_{t-1} con la perturbación aleatoria (ε_t). En consecuencia, según lo expuesto en la estimación de modelos dinámicos podemos aplicar los MCO que nos garantizan la consistencia de los estimadores.

Estimación del modelo de Hipótesis de Expectativas Adaptativas para el consumo de los hogares españoles

Las variables utilizadas, con datos del periodo 1964-2000, son:

LCH95: el logaritmo neperiano del consumo de los hogares a precios de 1995

LCH951: el logaritmo neperiano del consumo de los hogares a precios de 1995 retardado un periodo

LYD95: el logaritmo neperiano de la renta disponible de los hogares a precios de 1995

LWH951: el logaritmo neperiano de la riqueza de los hogares a precios de 1995

LWH951: el logaritmo neperiano de la riqueza de los hogares a precios de 1995 retardada un periodo

LWH952: el logaritmo neperiano de la riqueza de los hogares a precios de 1995 retardada un periodo

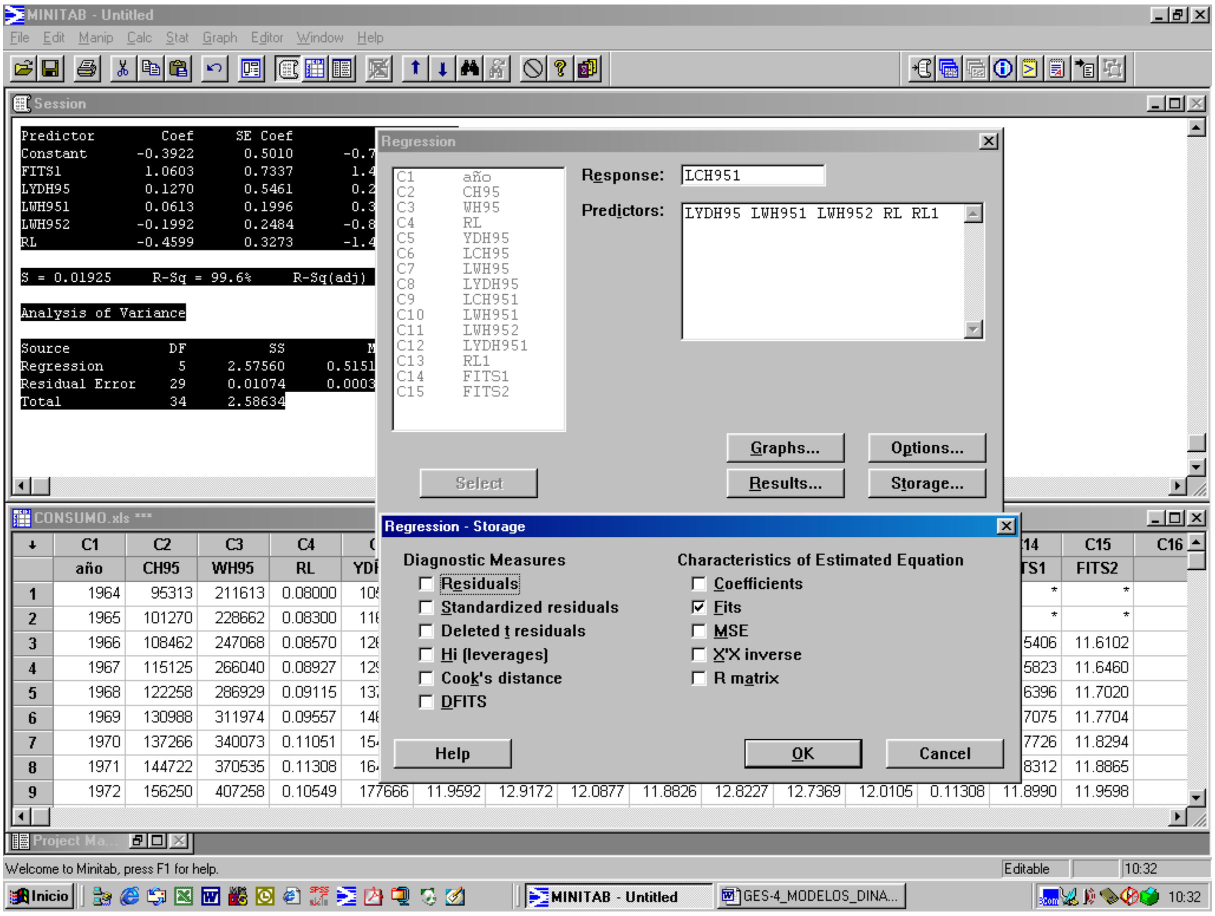
RL: tipo de interés a largo plazo

RL1: tipo de interés a largo plazo retardado un periodo

Como se expuso anteriormente en este caso se presenta correlación entre el consumo de los hogares y la perturbación asociada al modelo, y en consecuencia debemos aplicar el método de VI, más concretamente la versión de MC2E.

1ª Etapa

Estimamos por MCO el consumo de los hogares retardado un periodo en función de las otras variables explicativas y guardamos el valor estimado en FITS1.



Los resultados obtenidos son:

Regression Analysis: LCH951 versus LYDH95; LWH951; LWH952; RL; RL1

```
The regression equation is
LCH951 = 0.357 + 0.685 LYDH95 + 0.003 LWH951 + 0.250 LWH952 + 0.769 RL- 0.381 RL1


Predictor        Coef      SE Coef          T        P
Constant       0.3565       0.4690       0.76    0.453
LYDH95         0.6852       0.1031       6.65    0.000
LWH951         0.0030       0.1877       0.02    0.987
LWH952         0.2499       0.1502       1.66    0.107
RL             0.7694       0.2606       2.95    0.006
RL1           -0.3806       0.2622      -1.45    0.157

S = 0.01807      R-Sq = 99.7%      R-Sq(adj) = 99.6%
```

2ª Etapa

Estimamos por MCO el consumo de los hogares en función de la estimación de su retardo, y del resto de variables explicativas. La ecuación que se obtiene es la siguiente:

Regression Analysis: LCH95 versus FITS1; LYDH95; LWH951; LWH952; RL; RL1

```
* RL1 is highly correlated with other X variables
* RL1 has been removed from the equation

The regression equation is
LCH95 = - 0.392 + 1.06 FITS1 + 0.127 LYDH95 + 0.061 LWH951 - 0.199 LWH952
           - 0.460 RL

Predictor        Coef     SE Coef          T        P
Constant      -0.3922      0.5010      -0.78    0.440
FITS1          1.0603      0.7337       1.45    0.159
LYDH95         0.1270      0.5461       0.23    0.818
LWH951         0.0613      0.1996       0.31    0.761
LWH952        -0.1992      0.2484      -0.80    0.429
RL            -0.4599      0.3273      -1.41    0.171

S = 0.01925     R-Sq = 99.6%     R-Sq(adj) = 99.5%
```

Observar que el tipo de interés retardado lo elimina el “programa” como variable explicativa por estar correlacionado con otras variables, de esta manera se elimina el problema de la multicolinealidad.

Por tanto el modelo final nos queda:
LCH95 = - 0,392 + 1,06 lch951 + 0,127 LYDH95 + 0,061 LWH951 – 0,199 LWH952- 0,460 RL

Para el análisis de este modelo calculamos los polinomios

$$A(L)LCH95 = (1 - 1{,}06L)LCH95$$

Dado el polinomio $A(L) = 1 - 1{,}06L$, este se anulará para L=0,94 <1 y por tanto este modelo será inestable y no procede seguir con su estudio.

- **Estimación del modelo de Hipótesis de Ajuste Parcial para el consumo de los hogares españoles**

En este caso en el modelo obtenido la variable dependiente consumo de los hogares, si bien tiene como explicativa su propio retardo, no está correlacionada con la perturbación aleatoria y en consecuencia el estimador MCO será consistente.

Aplicando MCO se obtendrá la estimación adjunta:

Regression Analysis: LCH95 versus LCH951; LYDH95; LWH951; RL

```
The regression equation is
LCH95 = - 0.420 + 0.650 LCH951 + 0.457 LYDH95 - 0.0661 LWH951 - 0.304 RL

36 cases used 1 cases contain missing values

Predictor        Coef     SE Coef          T        P
Constant      -0.4201      0.3414      -1.23    0.228
LCH951         0.6497      0.1414       4.59    0.000
LYDH95         0.4575      0.1168       3.92    0.000
LWH951       -0.06611     0.05641      -1.17    0.250
RL            -0.3040      0.1028      -2.96    0.006

S = 0.01493     R-Sq = 99.8%     R-Sq(adj) = 99.7%
```

En consecuencia el modelo a analizar será

(1-0.65L)LCH95 = -0,420 + 0.457 LYDH95 - 0.0661 LWH951 - 0.304 RL

Este modelo es estable pues L = 1,54 > 0

El multiplicador contemporáneo será: el coeficiente asociado a cada variable

Los multiplicadores de diferentes retardos serán:

para LYDH95

$$D(L) = \delta_0 + \delta_1 L + \delta_2 L^2 + \delta_3 L^3 + ... = \frac{B(L)}{A(L)} = \frac{0,457}{1-0,65L}$$

de donde

$$0,457 = \delta_0 + (\delta_1 - 0,457\delta_0)L + (\delta_2 - 0,457\delta_1)L^2 + (\delta_3 - 0,457\delta_2)L^3 + ...$$

que resolviendo

$$\delta_0 = 0,457$$
$$\delta_1 = 0,457\delta_0 = 0,297$$
$$\delta_2 = 0,457\delta_1 = 0,193$$

nos darían los multiplicadores de los diferentes retardos. Análogamente se calculan para el resto de las variables exógenas.

Como se observa en el apartado siguiente el multiplicador total es 1.31 en consecuencia el 50% del impacto se habrá alcanzado para un valor de 0.655. Por tanto el Retardo Mediano será inferior a 1. Más exactamente teniendo en cuenta que para el retardo de orden1 el impacto es 0,754 se tendrá que

$$\mathrm{Re}\,tardo\_Mediano = \frac{0,655}{0,754} = 0,868\,.$$

El multiplicador total será

para LYDH95

$$m_T = \frac{B(1)}{A(1)} = \frac{0,457}{1-0,65} = 1,31$$

Por cada cada punto porcentual que aumenta la renta disponible de los hogares un incremento total 1,31 puntos porcentuales en el consumo de éstos.

para LWH951

$$m_T = \frac{B(1)}{A(1)} = \frac{-0,0661}{1-0,65} = -0,19$$

Un incremento en un punto porcentual de la riqueza del periodo anterior de los hogares provoca una caída total de 0.19 puntos porcentuales en el consumo de éstos.

para RL

$$m_T = \frac{B(1)}{A(1)} = \frac{-0{,}304}{1-0{,}65} = -0{,}89$$

Un incremento en un punto porcentual en el tipo de interés de los hogares provoca una caída total de 0.89 puntos porcentuales en el consumo de éstos.

<u>Calculo del Retardo Medio</u>

Como todas las exógenas están sin retardos será el mismo para todas

$$\mathrm{Re}\,tardo\_Medio = \frac{B'(1)}{B(1)} - \frac{A'(1)}{A(1)} = \frac{0}{0{,}457} - \frac{-0{,}65}{1-0{,}65} = 1{,}86$$

BIBLIOGRAFÍA

[1] Artís, M.; Suriñach, J.; et al (2002): "Econometría". Ed. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya. Barcelona.

[2] Carter, R.; Griffiths, W.; Judge, G. (2000): "Using Excel for Undergraduate Econometrics". ISBN: 0-471-41237-6

[3] Doran, H. (1989): "Applied Regression Analysis in Econometrics". Ed. Marcel Dekker, Inc. ISBN: 0-8247-8049-3

[4] Gujarati, D. (1997): "Econometría básica". McGraw-Hill. ISBN 958-600-585-2

[5] Johnston, J. (2001): "Métodos de econometría". Ed. Vicens Vives. Barcelona. ISBN 84-316-6116-X

[6] Kennedy, P. (1998): "A Guide to Econometrics". Ed. MIT Press. ISBN: 0262611406

[7] Novales, A. (1993): "Econometría". McGraw-Hill. ISBN 84-481-0128-6

[8] Pulido, A. (2001): "Modelos econométricos". Ed. Pirámide. Madrid. ISBN 84-368-1534-3

[9] Uriel, E. (1990): "Econometría: el modelo lineal". Ed. AC. Madrid. ISBN 84-7288-150-4

[10] Wooldridge, J. (2001): "Introducción a la Econometría: un enfoque moderno". Ed. Thomson Learning. ISBN: 970-686-054-1

ENLACES

- http://cv.uoc.es/moduls/UW01_71075_00231/index.html
  Tablas de distribuciones estadísticas (incluye la del estadístico Durbin-Watson)
- http://www.metu.edu.tr/~eruygur/econ302/probset/tables.pdf
  Tablas de distribuciones estadísticas (incluye la del estadístico Durbin-Watson)
- http://www.feweb.vu.nl/econometriclinks/index.html
  The Econometrics Journal On-Line
- http://www.elsevier.com/hes/books/02/menu02.htm
  Libro on-line: Handbook of Econometrics Vols. 1-5
- http://elsa.berkeley.edu/users/mcfadden/discrete.html
  Libro on-line: Structural Analysis of Discrete Data and Econometric Applications
- http://www.oswego.edu/~kane/econometrics/stud_resources.htm
  Online Resources for Econometric Students
- http://www.econ.uiuc.edu/~morillo/links.html
  Econometric Sources: a collection of links in econometrics and computing. University of Illinois
- http://www.econometrics.net/
  Econometrics, Statistics, Mathematics, and Forecasting
- http://ideas.uqam.ca/EDIRC/ectrix.html
  Economics Departments, Institutes and Research Centers in the World: Econometrics, Mathematical Economics.