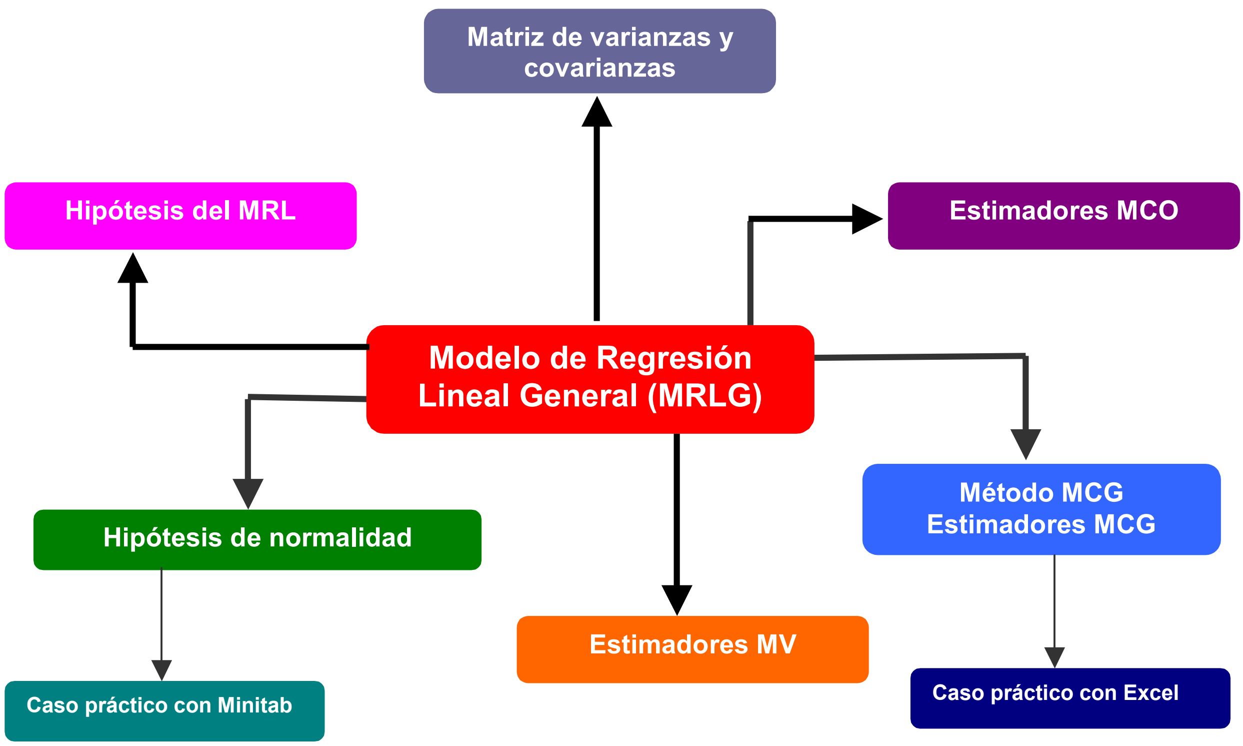
INTRODUCCIÓN AL MRLMG

Autores: Ángel Alejandro Juan Pérez (ajuanp@uoc.edu), Renatas Kizys (rkizys@uoc.edu), Luis María Manzanedo Del Hoyo (lmanzanedo@uoc.edu).

ESQUEMA DE CONTENIDOS



INTRODUCCIÓN

El modelo de regresión lineal estándar presupone el cumplimiento de una serie de hipótesis sobre el término de error o perturbación (esfericidad del término de perturbación). Bajo dichas hipótesis, es posible demostrar que los estimadores obtenidos mediante el método MCO (mínimos cuadrados ordinarios) tienen una serie de características deseables en cualquier estimador.

En este *math-block* veremos que cuando trabajamos con un modelo de regresión lineal múltiple generalizado (MRLMG) -en el cual no se presupone la existencia de un término de perturbación esférico-, los estimadores obtenidos por MCO dejan de ser eficientes (i.e.: dejan de ser los de mínima varianza). Esto significa que para obtener buenos estimadores del modelo será necesario recurrir a otro método de estimación, al cual llamaremos de mínimos cuadrados ponderados o generalizado (MCG).

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

OBJETIVOS

- Entender cuáles son las hipótesis de esfericidad en el término de perturbación y qué ocurre cuando éstas no se verifican.
- Aprender el método de estimación MCG en sus dos versiones.
- Introducirse en el uso de Excel para automatizar los cálculos matriciales que permiten obtener los estimadores MCG.
- Comprender la importancia de la hipótesis de normalidad del término de perturbación.
- Introducirse en el uso de Minitab para comprobar la hipótesis de normalidad usando métodos gráficos y el contraste de hipótesis de Anderson-Darling.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Aparte de estar iniciado en el uso de la hoja de cálculo Excel y del paquete estadístico Minitab, resulta muy conveniente haber leído con profundidad los siguientes *math-blocks*:

- Operaciones con matrices en Excel
- Regresión Lineal Múltiple

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Hipótesis del modelo de regresión lineal múltiple (MRLM)

En un modelo de regresión lineal múltiple (MRLM) se pretende explicar el comportamiento de una variable dependiente Y a partir de un conjunto de k variables independientes X_1, X_2, ..., X_k mediante una relación de dependencia lineal (haciendo un abuso de notación, consideraremos $X_1 = 1$ como la “variable” que acompaña al término independiente):

$$Y = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \ldots + \beta_k \cdot X_k + u$$ siendo u el término de perturbación o error

Para determinar el modelo anterior, es necesario hallar (estimar) el valor de los coeficientes β_1, β_2, ..., β_k.

Así pues, cuando se disponga de n observaciones (cada observación estará formada por una tupla con los valores de X_2, X_3, ..., X_k y el valor de Y asociado), tendremos el siguiente sistema de n ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} Y_1 = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{21} + \ldots + \beta_k \cdot X_{k1} + u_1 \\ Y_2 = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{22} + \ldots + \beta_k \cdot X_{k2} + u_2 \\ \quad \ldots \\ Y_n = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{2n} + \ldots + \beta_k \cdot X_{kn} + u_n \end{cases}$$

o, en forma matricial: **Y** = **X·B** + **U** , donde:

$$Y=\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix},\ X=\begin{bmatrix} 1 & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix},\ U=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix}$$

En estas condiciones, las hipótesis del MRLM se resumen en la esfericidad del término de perturbación, i.e.:

a) El valor esperado de la perturbación es cero: $E[u_i]=0 \qquad \forall i=1,\dots,n$

b) Homoscedasticidad: todos los términos de perturbación tienen la misma varianza (varianza constante):

$$Var[u_i]=Var[u_j]=\sigma^2 \qquad \forall i \neq j$$

Por tanto, todos los términos de la diagonal principal de la matriz de varianzas y covarianzas serán iguales:

$$Var[U]=\begin{bmatrix} \sigma^2 & & \dots & \\ & \sigma^2 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

c) No Autocorrelación: los errores son independientes unos de otros, i.e.: la matriz de varianzas y covarianzas es una matriz diagonal (fuera de la diagonal principal todo son ceros):

$$Var[U]=\begin{bmatrix} \sigma_1^{\ 2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^{\ 2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^{\ 2} \end{bmatrix}$$

Observar que, bajo las hipótesis de homoscedasticidad y no autocorrelación, la matriz de varianzas y covarianzas tendrá la forma siguiente:

$$Var[U]=\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}=\sigma^2\cdot I_n$$ (I_n es la matriz identidad de orden n)

d) El error o perturbación sigue una distribución normal, i.e.:

$$U \approx N\left(0_n,\sigma^2\cdot I_n\right)$$

Matriz de varianzas y covarianzas en el caso de perturbaciones no esféricas

En el caso de que no se cumpla la hipótesis de esfericidad en el término de error, la matriz de varianzas y covarianzas no podrá expresarse como una matriz en la que todos sus elementos de la diagonal principal son iguales (homoscedasticidad) y el resto son ceros (no autocorrelación). Así, dicha matriz tomará diversas formas según sea la hipótesis que se incumpla:

- Heteroscedasticidad: si la varianza de los términos de perturbación deja de ser constante, encontraremos valores diferentes a lo largo de la diagonal principal:

$$Var[U]=\begin{bmatrix}\sigma_1^{\ 2} & 0 & \dots & 0\\ 0 & \sigma_2^{\ 2} & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^{\ 2}\end{bmatrix}=\sigma^2\cdot\begin{bmatrix}\gamma_1^{\ 2} & 0 & \dots & 0\\ 0 & \gamma_2^{\ 2} & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \gamma_n^{\ 2}\end{bmatrix}=\sigma^2\cdot\Omega_n$$

(donde σ es un factor de escala y, por tanto, la matriz Ω no es única).

- Autocorrelación: si hay autocorrelación entre los términos de perturbación, existirán valores no nulos fuera de la diagonal principal:

$$Var[U]=\begin{bmatrix}\sigma^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n}\\ \sigma_{21} & \sigma^2 & \dots & \sigma_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma^2\end{bmatrix}=\sigma^2\cdot\begin{bmatrix}1 & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n}\\ \gamma_{21} & 1 & \dots & \gamma_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & 1\end{bmatrix}=\sigma^2\cdot\Omega_n$$

(donde σ es un factor de escala y, por tanto, la matriz Ω no es única).

- Heteroscedasticidad y Autocorrelación: en el caso más general (i.e.: cuando haya problemas de heteroscedasticidad y de autocorrelación), la matriz de varianzas y covarianzas tendrá elementos no nulos fuera de la diagonal principal (autocorrelación) y, además, presentará valores distintos en la diagonal principal (heteroscedasticidad).

Estimadores MCO en un modelo con perturbaciones esféricas

El estimador del vector de coeficientes B que se obtiene por el método MCO es [7]:

$$\hat{B}=(X'\cdot X)^{-1}\cdot X'\cdot Y$$

cuya varianza viene dada por: $Var[\hat{B}]=\sigma^2(X'\cdot X)^{-1}$

Además, el estimador MCO de la varianza del término de perturbación es:

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{e' \cdot e}{n-k}$$

donde $e = Y - \hat{Y} = Y - X \cdot \hat{B}$ es el vector de los residuos (i.e.: la diferencia entre el vector de valores observados y el de valores estimados), n es el número de observaciones y k es el número de elementos del vector B.

Bajo la hipótesis de perturbaciones esféricas, sabemos que el estimador MCO del vector B cumple una serie de propiedades que le convierten en un excelente estimador: es insesgado (el valor esperado del estimador coincide con el valor real del parámetro), eficiente (de varianza mínima), y consistente [4].

Además, bajo la hipótesis de esfericidad, el estimador MCO de la varianza del término de error, $\hat{\sigma}_u^2$, es también insesgado.

Estimadores MCO en un modelo con perturbaciones no esféricas

Si no se cumple la hipótesis de perturbación esférica (i.e., si aparecen problemas de heteroscedasticidad, autocorrelación, etc.), el estimador MCO de B sigue siendo insesgado y consistente, pero ahora ya no es eficiente (es decir, ya no será el de mínima varianza, por lo que si usamos el estimador MCO en lugar del eficiente para hallar intervalos de confianza estaremos perdiendo precisión ya que obtendremos intervalos más grandes de los que obtendríamos con el estimador eficiente). Además, ahora el estimador de la varianza del término de perturbación, $\hat{\sigma}_u^2$, será sesgado [1].

Así pues, podemos concluir que: en el caso de perturbaciones no esféricas (MRLMG), el método MCO no nos proporciona buenos estimadores, por lo que será necesario recurrir a un nuevo método de estimación, el de **mínimos cuadrados generalizado** (MCG), también conocido como el de **mínimos cuadrados ponderados** (MCP).

Método de Mínimos Cuadrados Generalizado y estimadores MCG

A continuación presentamos dos versiones alternativas del método de mínimos cuadrados ponderados o MCG:

- **Estimación MCG directa:** a partir del modelo inicial **Y** = **X**·**B** + **U** , es posible obtener los estimadores MCG utilizando las siguientes expresiones [1]:

$$\hat{B}_{MCG} = \left(X' \cdot \Omega^{-1} \cdot X\right)^{-1} \cdot \left(X' \cdot \Omega^{-1} \cdot Y\right)$$

$$\hat{\sigma}_{MCG}^2 = \frac{e' \cdot \Omega^{-1} \cdot e}{n-k}$$

donde Ω es la matriz de varianzas y covarianzas (salvo factor de escala), y $e = Y - \hat{Y} = Y - X\hat{B}$ es el vector de los residuos.

- **Estimación MCG indirecta:** otra forma alternativa de obtener los estimadores MCG consiste en realizar los siguientes dos pasos:

  1. Aplicar una matriz de transformación **T** al modelo inicial **Y** = **X**·**B** + **U** de forma que pase a ser un modelo **Y*** = **X***·**B** + **U*** (donde **Y* = T**·**X**, **X* = T**·**X**, **U* = T**·**U**) con término de perturbación **U*** esférico, y

  2. Estimar por MCO el vector **B** del nuevo modelo.

  La matriz de transformación **T** es aquella que cumple **T = P^{-1}**, siendo **Ω = P**·**P^{-1}** (en los math-blocks sobre Heteroscedasticidad y Autocorrelación se explica cómo calcular en cada caso la matriz de transformación).

El estimador MCG de **B** es único, independientemente de que se haya obtenido mediante la variante directa o la indirecta del método. El estimador $\hat{B}_{MCG}$ es insesgado, consistente y eficiente (lo cual lo convierte en un excelente estimador). Por su parte, el estimador MCG de la varianza del error, $\hat{\sigma}^2_{MCG}$, es insesgado [1].

Estimador de máxima verosimilitud (MV) en el MRLMG

Bajo el supuesto fundamental de que los términos de perturbación del modelo siguen una distribución normal, es posible demostrar [4] que los estimadores MV vienen dados por:

$$\hat{B}_{MV} = \left(X' \cdot \Omega^{-1} \cdot X\right)^{-1} \cdot \left(X' \cdot \Omega^{-1} \cdot Y\right) = \hat{B}_{MCG}$$

(y, por tanto, el estimador MV de B será también insesgado, consistente y eficiente)

$$\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{e' \cdot \Omega^{-1} \cdot e}{n}$$

(que es sesgado aunque asintóticamente insesgado, i.e.: $E\left[\hat{\sigma}^2_{MV}\right] \xrightarrow[n\to\infty]{} \sigma^2_u$).

Hipótesis de normalidad del término de perturbación

Como se ha comentado en el apartado anterior, la hipótesis de normalidad del término de perturbación es fundamental para poder calcular los estimadores MV. Además, y lo que todavía es más importante, esta hipótesis es necesaria para poder realizar inferencia (contrastes de hipótesis e intervalos de confianza) sobre los estimadores –MCO, MCG o MV-, puesto que los estimadores sólo se distribuirán de forma normal cuando las perturbaciones así lo hagan.

Minitab puede resultar de gran ayuda a la hora de contrastar las diferentes hipótesis que componen el supuesto de perturbaciones esféricas. En otros *math-blocks* se analizarán las posibilidades de Minitab para contrastar las hipótesis de Homoscedasticidad y No Autocorrelación. En los casos prácticos de este documento nos limitaremos a analizar el cumplimiento de la hipótesis de normalidad en el término de error. Para ello, usaremos las capacidades gráficas del programa junto con el contraste de normalidad de Anderson-Darling.

❑ Uso de Excel para hallar el estimador MCG

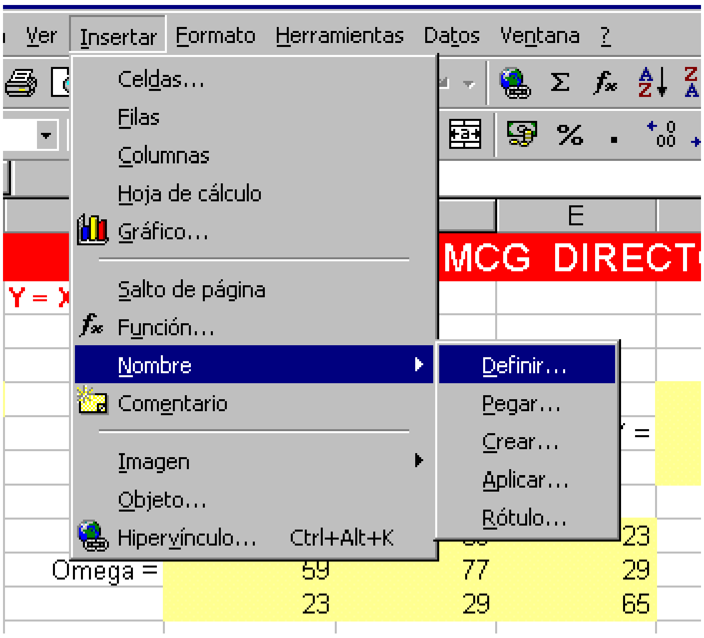
Ejemplo de estimación MCG directa: supongamos que partimos de un modelo de regresión lineal simple **Y = XB + U** donde el término de perturbación **U** no es esférico.

Deseamos hallar el estimador MCG del vector de coeficientes **B**. Para ello disponemos de tres observaciones, cada una de las cuales está compuesta por el valor de la variable explicativa **X2** y el correspondiente valor de la variable dependiente **Y** (recordamos que, siguiendo la notación matricial que hemos introducido al principio de este *math-block*, tendremos una variable explicativa **X1** cuyas observaciones son siempre unos, y que estará asociada al primero de los dos coeficientes beta del modelo).

Supongamos que conocemos también la matriz Omega (matriz de varianzas y covarianzas salvo factor de escala):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	MÉTODO MCG DIRECTO							
2	MODELO:	Y = X*B + U						
3								
4			X1	X2				
5	*INPUTS:*		1	3		21	<-- observ. 1	
6		X =	1	9	Y =	28	<-- observ. 2	
7			1	11		37	<-- observ. 3	
8								
9			53	59	23		n (nº observ.) =	3
10		Omega =	59	77	29		k (nº coef. bi) =	2
11			23	29	65			

A fin de simplificar posteriores operaciones, lo primero que haremos será seleccionar el rango que ocupa cada una de las tres matrices (Y, X, y Omega) y asignarle un nombre a cada rango mediante la opción `Insertar > Nombre > Definir:`



A continuación, calcularemos la matriz transpuesta de **X** (TraX) y la matriz inversa de **Omega** (InvOmega). Es importante recordar que para validar fórmulas matriciales con Excel es necesario usar la combinación de teclas **[Fn]+[Shift]+[Enter]** (ver *math-block* sobre operaciones con matrices en Excel):

13					
14	*OPERAC.:*	TraX =	1	1	1
15			3	9	11
16					
17			0,129	-0,098	-0,002
18		InvOmega =	-0,098	0,090	-0,006
19			-0,002	-0,006	0,019
20					

Ahora simplemente nos queda ya seleccionar un rango vertical que esté vació (y que contenga tantas celdas como elementos tenga el vector **B**), e introducir la siguiente fórmula (los nombres de las matrices pueden ser distintos según hayan sido definidos anteriormente por cada usuario):

```
C22   = {=MMULT(MINVERSA(MMULT(MMULT(TraX;InvOmega);X));MMULT(MMULT(TraX;InvOmega);Y))}
```

El resultado que se obtiene se muestra a continuación. Observar que los estimadores MCG del modelo son b1 = 19,643 y b2 = 1,357:

21							B-MCO	
22	*OUTPUTS:*		**19,643**	b1 --> término independiente			1,808	14,808
23		B-MCG =	**1,357**	b2			b2	b1
24								

En la imagen anterior se muestran también los estimadores MCO del modelo (b1 = 14,808 y b2 = 1,808). Es interesante apreciar la diferencia entre los estimadores MCG y los MCO. La fórmula matricial utilizada para obtener los estimadores MCO se muestra a continuación:

```
G22   = {=ESTIMACION.LINEAL(Y;X;FALSO)}
```

Ejemplo de estimación MCG indirecta: usaremos ahora el mismo modelo anterior para aplicar el método MCG en dos pasos.

Para ello, supondremos conocida la matriz de transformación **T**. Los pasos a realizar son similares a los anteriores (seleccionar el rango de cada matriz y asignarle un nombre, calcular los productos matriciales **T*X** y **T*Y**, calcular la matriz transpuesta de **T*X** y, finalmente, usar las fórmulas matriciales que se muestran en las siguientes imágenes):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	MÉTODO MCG EN 2 FASES							
2	MODELO ORIGINAL:			Y = X*B + U				
3	MODELO TRANSFORMADO:			T*Y = T*B*X + T*U				
4								
5	INPUTS:		1	3		21		
6		X =	1	9	Y =	28		
7			1	11		37		
8								
9			-0,18	0,13	0,11			
10		T =	0,31	-0,23	0,06			
11			-0,01	0,13	-0,06			
12								
13								
14	OPERAC.:		0,067	1,889			4,111	
15		EstX = T*X =	0,133	-0,556		EstY = T*Y =	2,056	
16			0,067	0,556			1,444	
17								
18			0,067	0,133	0,067			
19		TraEstX =	1,889	-0,556	0,556			
20								
21								
22	OUTPUTS:		19,643	b1 --> término independiente			B-MCO del modelo transformado	
23		B-MGC =	1,357	b2			1,357	19,643
24							b2	b1

C22 = {=MMULT(MINVERSA(MMULT(TraEstX;EstX));MMULT(TraEstX;EstY))}

G23 = {=ESTIMACION.LINEAL(EstY;EstX;FALSO)}

Es interesante observar varias cosas:

(1) el valor obtenido para los estimadores MCG usando el método indirecto coincide con el que habíamos obtenido mediante el método directo (tal y como habíamos comentado anteriormente en el *math-block*), y

(2) estos valores se obtienen al aplicar MCO al modelo transformado (el cual ya verifica la hipótesis de esfericidad).

Comprobación del supuesto de normalidad con Minitab

Como hemos comentado anteriormente, Minitab nos puede ser de gran ayuda a la hora de comprobar los supuestos del MRLM. A continuación veremos un ejemplo en el cual se hace uso del programa Minitab para comprobar -gráficamente y también mediante un contraste de hipótesis- la validez del supuesto.

Ejemplo: En la imagen siguiente se muestran datos referentes a cada uno de los 10 empleados de una empresa:

MINITAB - Untitled - [SALARIOS.MTW ***]

File Edit Manip Calc Stat Graph Editor Window Help

↓	C1 SALARIO	C2 EMPRESA	C3 EXPERIENCIA	C4 EDUCACIÓN	C5 ID	C6 SEXO	C
1	38985	18	7	9	412	0	
2	28938	12	5	4	517	1	
3	32920	15	3	9	458	1	
4	29548	5	6	1	604	0	
5	24749	6	2	0	598	1	
6	41889	22	16	7	351	0	
7	31528	3	11	3	674	0	
8	38791	21	4	5	356	0	
9	39828	18	6	5	415	1	
10	28985	0	1	4	693	1	
11							

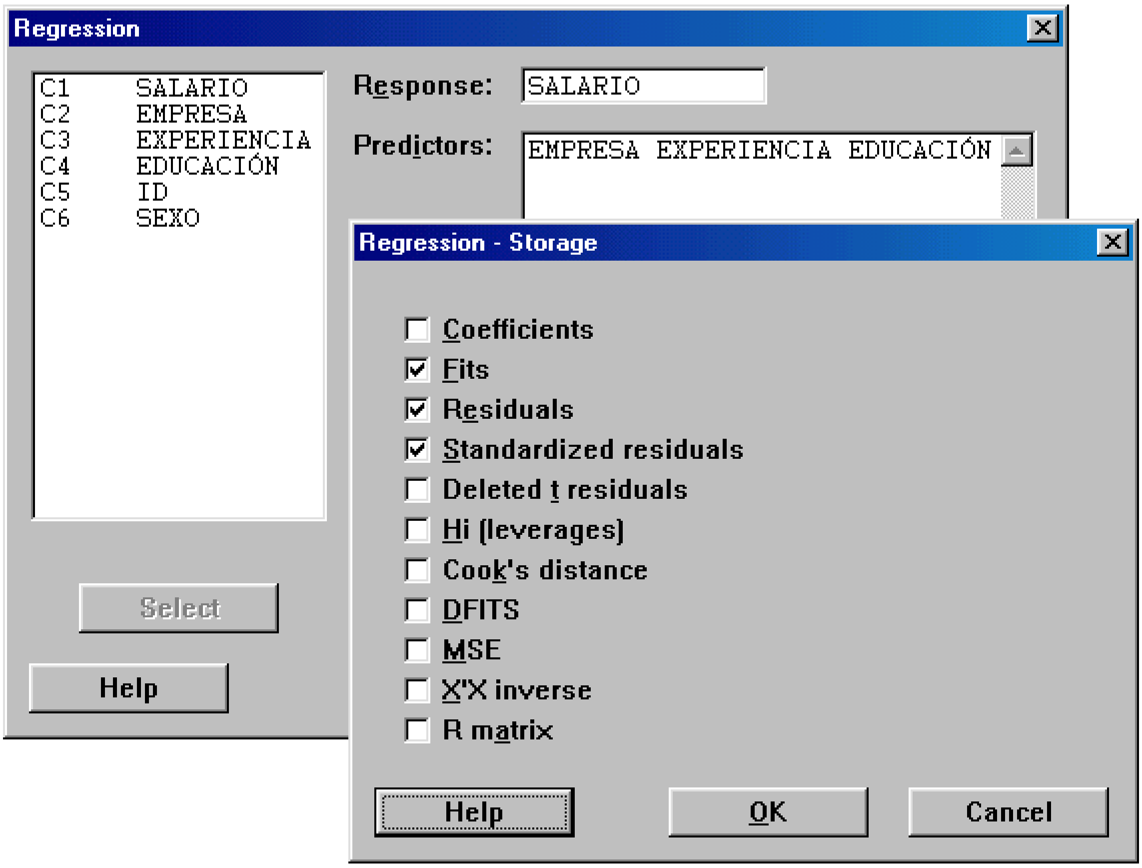
La interpretación de cada variable es la siguiente:

COLUMNA	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
C1	SALARIO	salario anual del trabajador, en euros
C2	EMPRESA	años que lleva el empleado en la empresa
C3	EXPERIENCIA	años de experiencia previa en otras empresas
C4	EDUCACIÓN	años de estudios
C5	ID	código del empleado
C6	SEXO	0 = hombre, 1 = mujer

Construiremos ahora un modelo de regresión lineal múltiple que nos permita explicar el comportamiento de la variable SALARIO a partir de tres variables explicativas: EMPRESA, EXPERIENCIA y EDUCACIÓN.

A fin de comprobar si se cumple el supuesto de normalidad, guardaremos en distintas columnas los residuos, los residuos estandarizados y los valores estimados:

Stat > Regression > Regression



Regression Analysis

```
The regression equation is
SALARIO = 24042 + 421 EMPRESA + 387 EXPERIENCIA + 460 EDUCACIÓN

Predictor        Coef       StDev          T        P
Constant        24042        2156      11,15    0,000
EMPRESA         421,2       178,5       2,36    0,056
EXPERIEN        386,9       243,8       1,59    0,164
EDUCACIÓ        459,6       450,6       1,02    0,347

S = 3050        R-Sq = 81,8%     R-Sq(adj) = 72,6%

Analysis of Variance

Source           DF          SS          MS         F        P
Regression        3   250155142    83385047      8,96    0,012
Residual Error    6    55829435     9304906
Total             9   305984577

Source       DF      Seq SS
EMPRESA       1   217533278
EXPERIEN      1    22940248
EDUCACIÓ      1     9681616
```

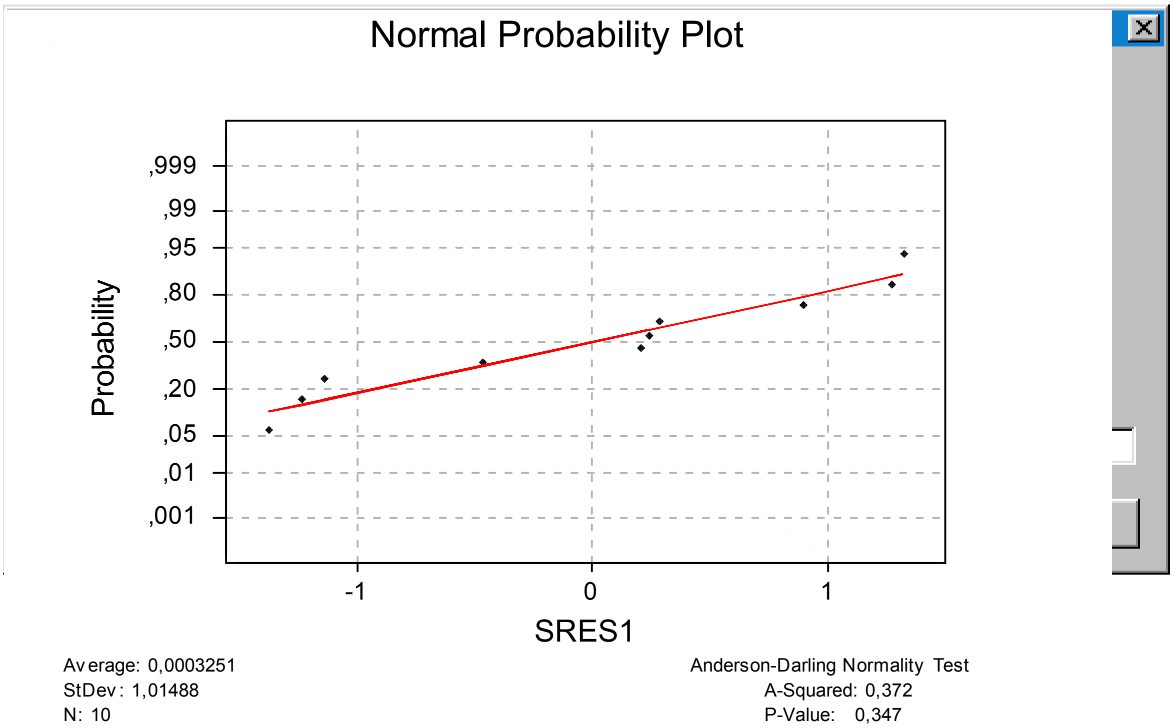
Observar que Minitab ha guardado en tres columnas los valores estimados para la variable SALARIO, los residuos (RESI1) y los residuos estandarizados (SRES1):

C7	C8	C9
FITS1	RESI1	SRES1
38467,6	517,43	0,20771
32868,8	-3930,77	-1,37267
35656,4	-2736,39	-1,23579
28928,8	619,25	0,23893
27342,6	-2593,65	-1,13703
42715,3	-826,33	-0,46987
30940,2	587,80	0,28466
36731,9	2059,06	0,89328
36242,3	3585,72	1,32001
26267,1	2717,90	1,27402

A fin de verificar los supuestos del modelo, podemos usar los residuos o los residuos estandarizados. Algunos analistas prefieren usar los residuos (que, cuando se cumple la primera de las hipótesis de esfericidad, tienen una media de 0), mientras que otros prefieren usar los residuos estandarizados (en los que la mayoría de los valores están comprendidos entre –3 y 3). En este ejemplo usaremos los estandarizados.

Comprobemos el **supuesto de normalidad**:

```
Stat > Basic Statistics > Normality Test
```



En el gráfico se aprecia que la nube de puntos se ajusta bastante a la recta, lo cual nos hace pensar que el supuesto de normalidad sí se verifica. El output anterior también nos ofrece el test de normalidad de Anderson-Darling. En este caso, el p-valor de dicho contraste es de 0,372, por lo que no rechazaremos la hipótesis nula de que los residuos se distribuyen de forma normal. Así pues, no hay indicios que nos hagan dudar del cumplimiento de la hipótesis de normalidad en el término de error.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Artís, M.; Suriñach, J.; et al (2002): "Econometría". Ed. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya. Barcelona.

[2] Carter, R.; Griffiths, W.; Judge, G. (2000): "Using Excel for Undergraduate Econometrics". ISBN: 0-471-41237-6

[3] Doran, H. (1989): "Applied Regression Analysis in Econometrics". Ed. Marcel Dekker, Inc. ISBN: 0-8247-8049-3

[4] Gujarati, D. (1997): "Econometría básica". McGraw-Hill. ISBN 958-600-585-2

[5] Johnston, J. (2001): "Métodos de econometría". Ed. Vicens Vives. Barcelona. ISBN 84-316-6116-X

[6] Kennedy, P. (1998): "A Guide to Econometrics". Ed. MIT Press. ISBN: 0262611406

[7] Novales, A. (1993): "Econometría". McGraw-Hill. ISBN 84-481-0128-6

[8] Pulido, A. (2001): "Modelos econométricos". Ed. Pirámide. Madrid. ISBN 84-368-1534-3

[9] Uriel, E. (1990): "Econometría: el modelo lineal". Ed. AC. Madrid. ISBN 84-7288-150-4

[10] Wooldridge, J. (2001): "Introducción a la Econometría: un enfoque moderno". Ed. Thomson Learning. ISBN: 970-686-054-1

ENLACES

- http://www.feweb.vu.nl/econometriclinks/index.html
  The Econometrics Journal On-Line
- http://www.elsevier.com/hes/books/02/menu02.htm
  Libro on-line: Handbook of Econometrics Vols. 1-5
- http://elsa.berkeley.edu/users/mcfadden/discrete.html
  Libro on-line: Structural Analysis of Discrete Data and Econometric Applications
- http://www.oswego.edu/~kane/econometrics/stud_resources.htm
  Online Resources for Econometric Students
- http://www.econ.uiuc.edu/~morillo/links.html
  Econometric Sources: a collection of links in econometrics and computing. University of Illinois
- http://www.econometrics.net/
  Econometrics, Statistics, Mathematics, and Forecasting
- http://ideas.uqam.ca/EDIRC/ectrix.html
  Economics Departments, Institutes and Research Centers in the World: Econometrics, Mathematical Economics