VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS (II)

Autores: Rafael García Martín (rgarciamart@uoc.edu), Francisco J. Faulín Fajardo (ffaulin@uoc.edu).

INTRODUCCIÓN

En este *math-block* titulado **"Variables aleatorias continuas"** se describen algunas de las variables aleatorias, probablemente aquellas que más aplicaciones tienen en el ámbito del método MonteCarlo y la Simulación, y la forma en que pueden ser tanto analizadas (tabular y gráficamente) como simuladas a través de Excel.

Para cada una de las v.a. presentadas se muestra: una breve descripción de las aplicaciones que pueden encontrarse en la literatura, sus funciones de densidad y distribución, sus estadísticos principales y sus propiedades teóricas, fundamentalmente respecto a otras variables aleatorias con las que pudieran estar relacionadas.

Para cada una de ellas se presenta al menos uno, en muchas ocasiones dos, métodos de generación de muestras aleatorias. El lector notará que se ha hecho un esfuerzo por evitar que los mecanismos de generación se basen, contrario a lo que es habitual, en código VBA.

Varias son las razones que nos han movido a ello, en primer lugar soslayar la aparición, inevitable, de las macros que contuvieran dicho código y que, querámoslo o no, arrojan siempre una sombra de amenaza para la integridad de nuestros ordenadores; en segundo lugar para reivindicar la capacidad de Excel - de las funciones propias de la hoja - para realizar tareas de mediana complejidad a espaldas de un código que, aunque sumamente inteligible, implica en cualquier caso un aparato no siempre bien asumido por el usuario final.

Finalmente, la generación de v.a. a través de código VBA, o de cualquier otro lenguaje de programación, está lo suficientemente bien tratada en la literatura como para que el lector que prefiera la utilización de métodos diferentes a los aquí expuestos no tenga ningún dificultad para encontrar información profusamente desarrollada.

OBJETIVOS

Presentar al estudiante los conceptos básicos de las variables aleatorias discretas y proporcionar una herramienta, basada en Excel, para su análisis y simulación.

RELACIÓN CON OTROS DOCUMENTOS

Para mayor facilidad se ha optado por dividir el documento en dos partes (I y II) con idéntica estructura.

Este *math-block* es complementario del titulado **Variables aleatorias discretas** con el que, como es lógico, comparte muchas características.

Las dos partes de este documento hacen mención a una serie de hojas de cálculo con las que se complementan: (Beta.xls ; Bradford.xls ; Cauchy.xls ; Chi2.xls ; Exponencial.xls ; FSnedecor.xls ; Gamma.xls ; Gumbel.xls ; Logistica.xls ; LogNorm.xls ; Normal.xls ; Rayleigh.xls ; Pareto.xls ; Triang.xls ; Uniforme.xls ; Weibull.xls).

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

ÍNDICE (Parte I)

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

LogNormal

Usos.

De la misma manera que la suma de un número (suficiente) de variables aleatorias positivas se distribuye de forma normal, el **producto de un número (suficiente) de variables aleatorias positivas** se distribuye de forma log-normal. Así, numerosas magnitudes en las que en vez de la adición está presente el producto, se modelizan a través de esta distribución; por ejemplo **la evolución de los precios P_t de un determinado producto** puede modelizarse de la forma siguiente:

$$\mathbf{P_t} = \mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{e}^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\mathbf{t} + \varepsilon\sigma\sqrt{\mathbf{t}}}$$

siendo $\mathbf{P_0}$ el precio inicial, μ el crecimiento medio del mercado, σ la desviación típica del crecimiento del mercado y ε un término de error que absorbe la incertidumbre de los precios en todo momento. En estas circunstancias $\mathbf{P_t}$ se distribuye de forma l**ogaritmo-normal.**

Puesto que la distribución es siempre positiva, se emplea también para modelizar tiempos: **tiempo hasta el fallo de un dispositivo**; **tiempo para llevar a cabo una tarea**.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~LN(μ,σ^2);** μ es el parámetro de *escala* y σ el de *forma* (σ>0).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{X}\sqrt{2\pi\sigma^2}}\;\mathbf{e}^{\left(\frac{-(\mathbf{Ln}(\mathbf{X})-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

la función de distribución no tiene forma cerrada.

Estadísticos.

La media y la varianza son, respectivamente:

$$\mathbf{e}^{\left(\frac{\mu+\sigma^2}{2}\right)} \quad ; \quad \mathbf{e}^{2\mu+\sigma^2}\left(\mathbf{e}^{\sigma^2} - 1\right)$$

el sesgo, la curtosis y el coeficiente de variación son (respectivamente):

$$\left(\mathbf{e}^{\sigma^2} + 2\right)\sqrt{\mathbf{e}^{\sigma^2} - 1} \quad ; \quad \mathbf{e}^{4\sigma^2} + 2\mathbf{e}^{3\sigma^2} + 3\mathbf{e}^{2\sigma^2} - 3 \quad ; \quad \sqrt{\mathbf{e}^{\sigma^2} - 1}$$

Propiedades.

También conocida como distribución **Cobb-Douglas.** Siempre es sesgada hacia la derecha y nunca toma valores negativos. De su definición se deduce que si Log(X)~N(μ,σ) entonces X~LN(μ,σ^2).

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

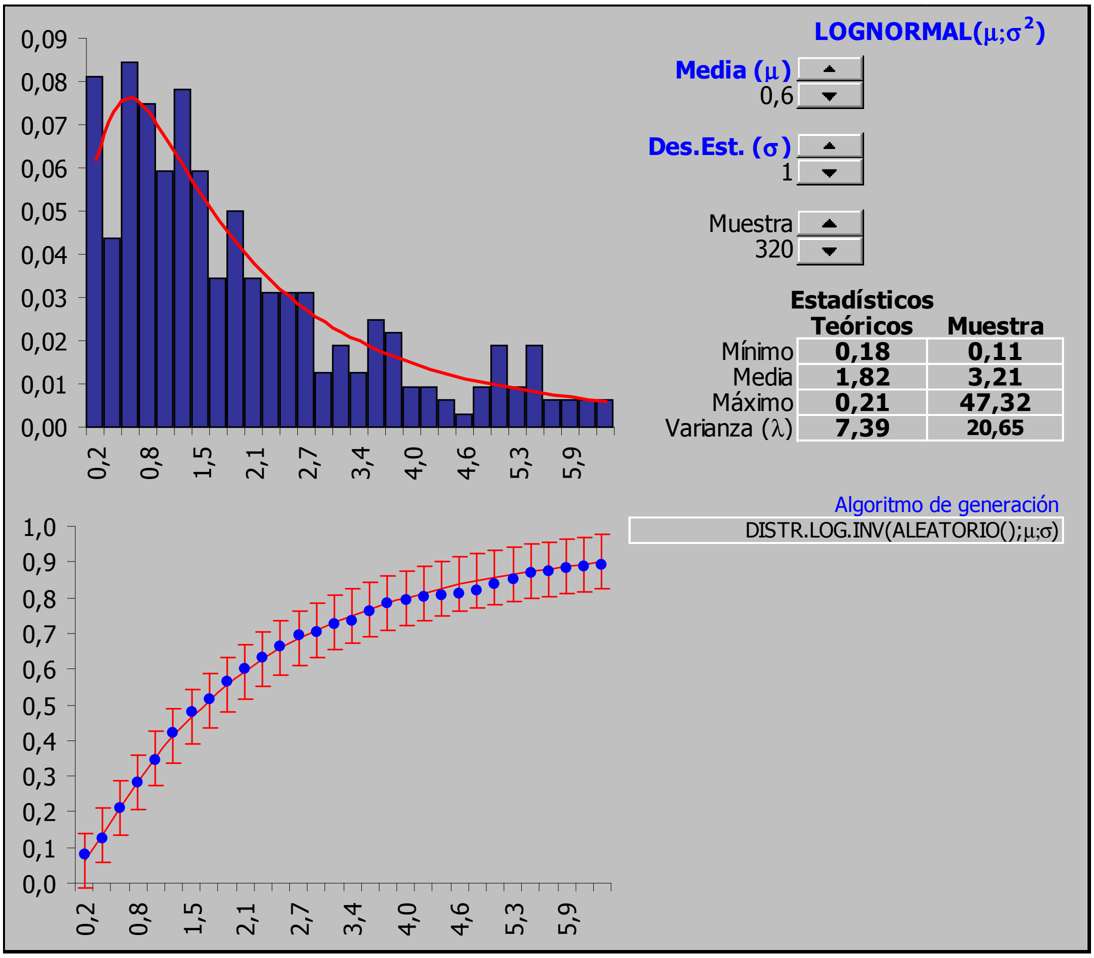
Generación.

Puesto que Excel cuenta con la función de distribución inversa entre sus funciones estadísticas, la generación es extraordinariamente sencilla, basta emplear la fórmula siguiente:

DISTR.LOG.INV(ALEATORIO();μ;σ)

Hoja de cálculo.

El fichero LogNorm.xls contiene una hoja que posibilita la descripción gráfica y la generación de v.a. log-normales. Su aspecto es el siguiente:



Normal

Usos.

En virtud del Teorema Central de Límite cualquier magnitud que sea **suma**[1] **de otras magnitudes**, seas éstas como sean, se distribuirá de forma normal.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X**~N(**μ**,**σ**), siendo **μ** el parámetro de *posición* y **σ** el parámetro de escala (σ>0).

---

[1] Es importante resaltar que el término **suma** debe entenderse de la forma más general posible, para dar una mejor idea de como debiera ser su interpretación quizás cabría decir *..cualquier magnitud consecuencia de la influencia conjunta y simultánea de un numero suficiente de otros factores posiblemente de muy diversa naturaleza..*

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,\mathbf{e}^{-\left(\frac{\mathbf{x}-\mu}{2\sigma}\right)^2}$$

Estadísticos.

La media es μ, la varianza σ^2, el sesgo 0, la curtosis 3 y el coeficiente de variación σ/μ.

Propiedades.

La distribución es simétrica, centrada en μ y con puntos de inflexión en $\mu\pm\sigma$; la suma de n variables $N(\mu,\sigma^2)$ es $N(n\mu,n\sigma^2)$; un gran número de distribuciones están relacionadas con la Normal: t, F, χ^2, LogNormal, Cauchy.

Generación.

Excel cuenta con la función inversa de la distribución:

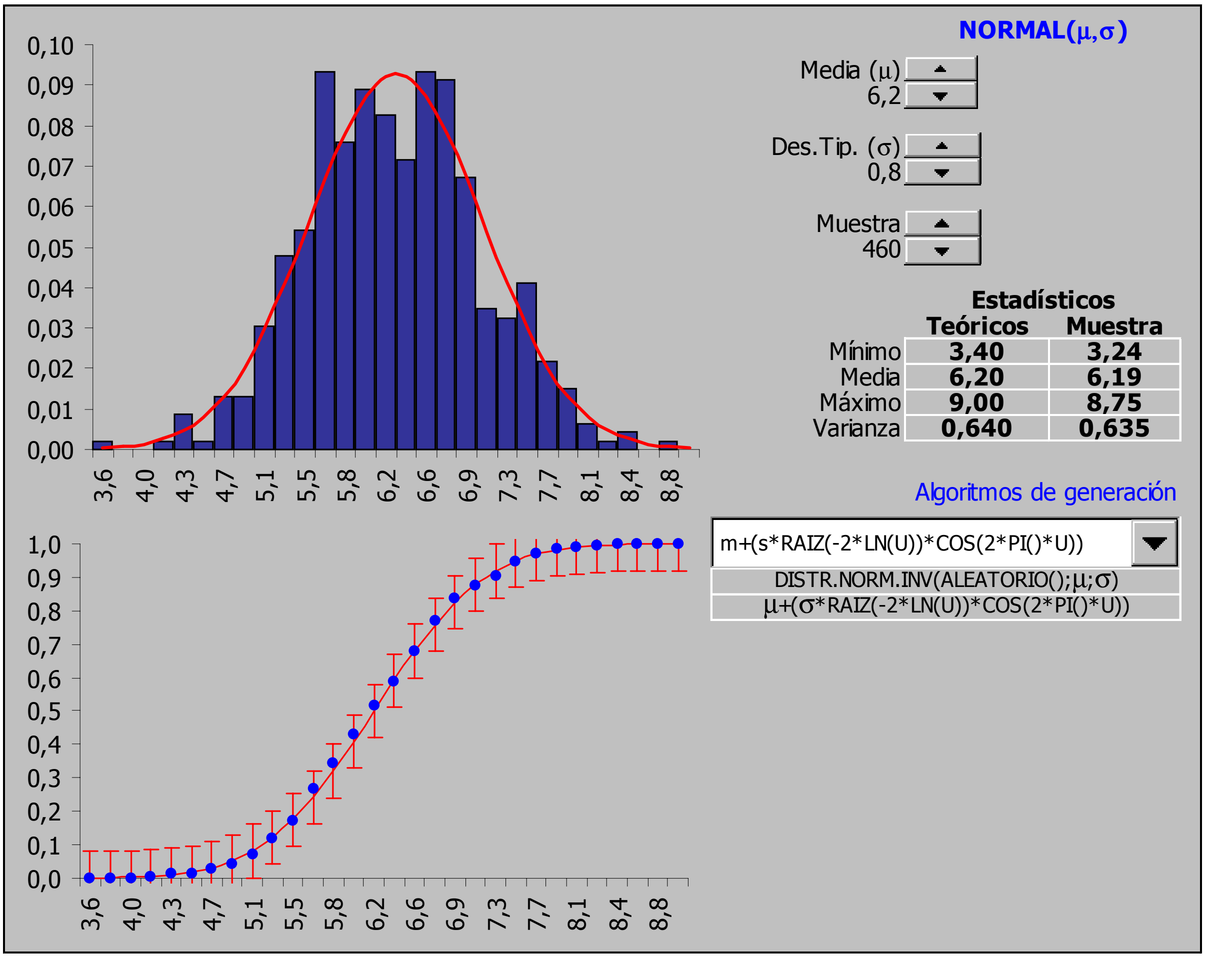
DISTR.NORM.INV(ALEATORIO();μ;σ)

También en la literatura aparecen descritos diversos métodos para generar Normales, uno de los más efectivos es el conocido como Box-Muller que utiliza la fórmula siguiente:

μ+(σ*RAIZ(-2*LN(ALEATORIO()))*COS(2*PI()*ALEATORIO()))

Hoja de cálculo.

El fichero Normal.xls contiene una hoja que posibilita la descripción gráfica y la generación, por los dos métodos expuestos, de v.a. Normales.



Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

t de Student

Usos.

Esta distribución tiene un papel fundamental en determinados contrastes de hipótesis (pruebas sobre igualdad de medias), fuera de esta aplicación podría usarse para modelizar la desviación de la media de una muestra respecto de la media de la población de la que ésta procede.

Notación y parámetros.

La notación habitual es $\mathbf{X}\sim\boldsymbol{t}(\mathbf{GL})$ siendo GL el único parámetro de *forma* (GL>0).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma\left(\frac{\mathbf{GL}+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mathbf{GL}}{2}\right)}\mathbf{GL}^{-1/2}\left[1+\frac{\mathbf{x}^2}{\mathbf{GL}}\right]^{\frac{-\mathbf{GL}+1}{2}}$$

Estadísticos.

La media (para GL>1) y la varianza (para GL>2) son, respectivamente:

$$0 \quad ; \quad \frac{\mathbf{Gl}}{(\mathbf{GL}-2)}$$

Propiedades.

Para GL>30 la distribución es prácticamente una Normal; se verifica que $\boldsymbol{t}_{(1)} \equiv \text{Cauchy}_{(0,1)}$

Generación.

Excel cuenta con la función inversa de la distribución si bien sólo para valores positivos de X de manera que es necesaria una pequeña modificación:

=DISTR.T.INV(ALEATORIO();GL)*SIGNO(ALEATORIO()-0,5)

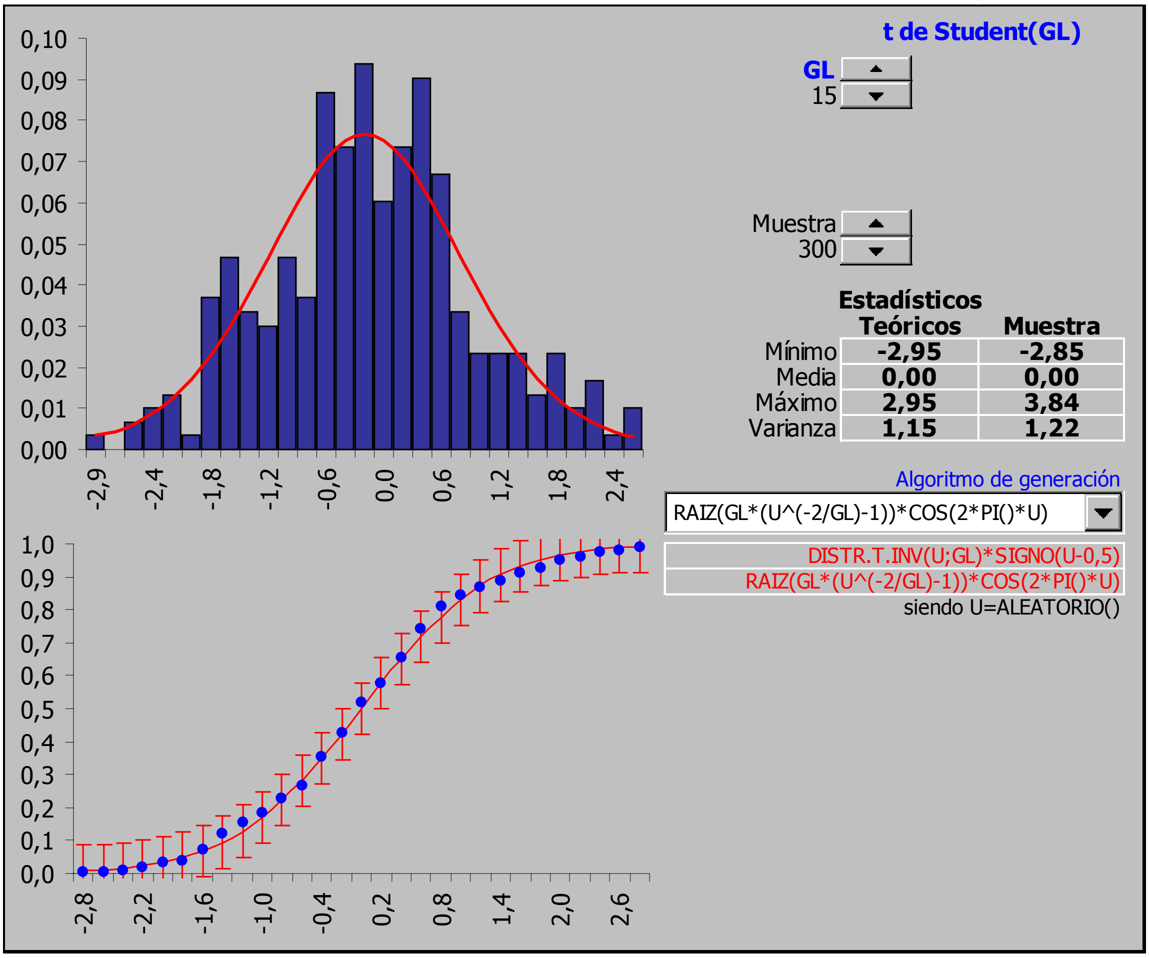
también en la literatura aparecen descritos diversos métodos para generar v.a. distribuidas según una ***t*** de Student. Uno de los más efectivos es el que utiliza la fórmula siguiente:

=RAIZ(GL*(ALEATORIO()^(-2/GL)-1))*COS(2*PI()*ALEATORIO())

Hoja de cálculo.

El fichero Student.xls contiene una hoja que posibilita la descripción gráfica y la generación, por los dos métodos expuestos, de v.a. de Pareto. Su aspecto es el siguiente:

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)



Rayleigh

Usos.

La distribución de Rayleigh aparece asociada a la fiabilidad de sistemas a través de la modelización del **tiempo hasta el fallo** de un dispositivo.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~Rayleigh(β)**, siendo β parámetro de *escala* (β>0).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{\beta^2}\,\mathbf{e}^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{x}}{\beta}\right)^2\right]}$$

,la función de distribución es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 1 - \mathbf{e}^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{x}}{\beta}\right)^2\right]}$$

Estadísticos.

La media y la varianza son, respectivamente:

$$\beta\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad ; \quad \beta^2\left(2-\frac{\pi}{2}\right)$$

el sesgo es 0,6311; la curtosis 3,245 y el coeficiente de variación 0,523 son (respectivamente):

$$0{,}6311 \quad ; \quad 3{,}245 \quad ; \quad 0{,}523$$

Propiedades.

Es un caso particular de la Weibull ya que se verifica que **Weibull(β,2) ≡ Rayleigh(β)**. El parámetro β es siempre el valor modal de la distribución. La distribución siempre es sesgada hacia la derecha y nunca toma valores negativos.

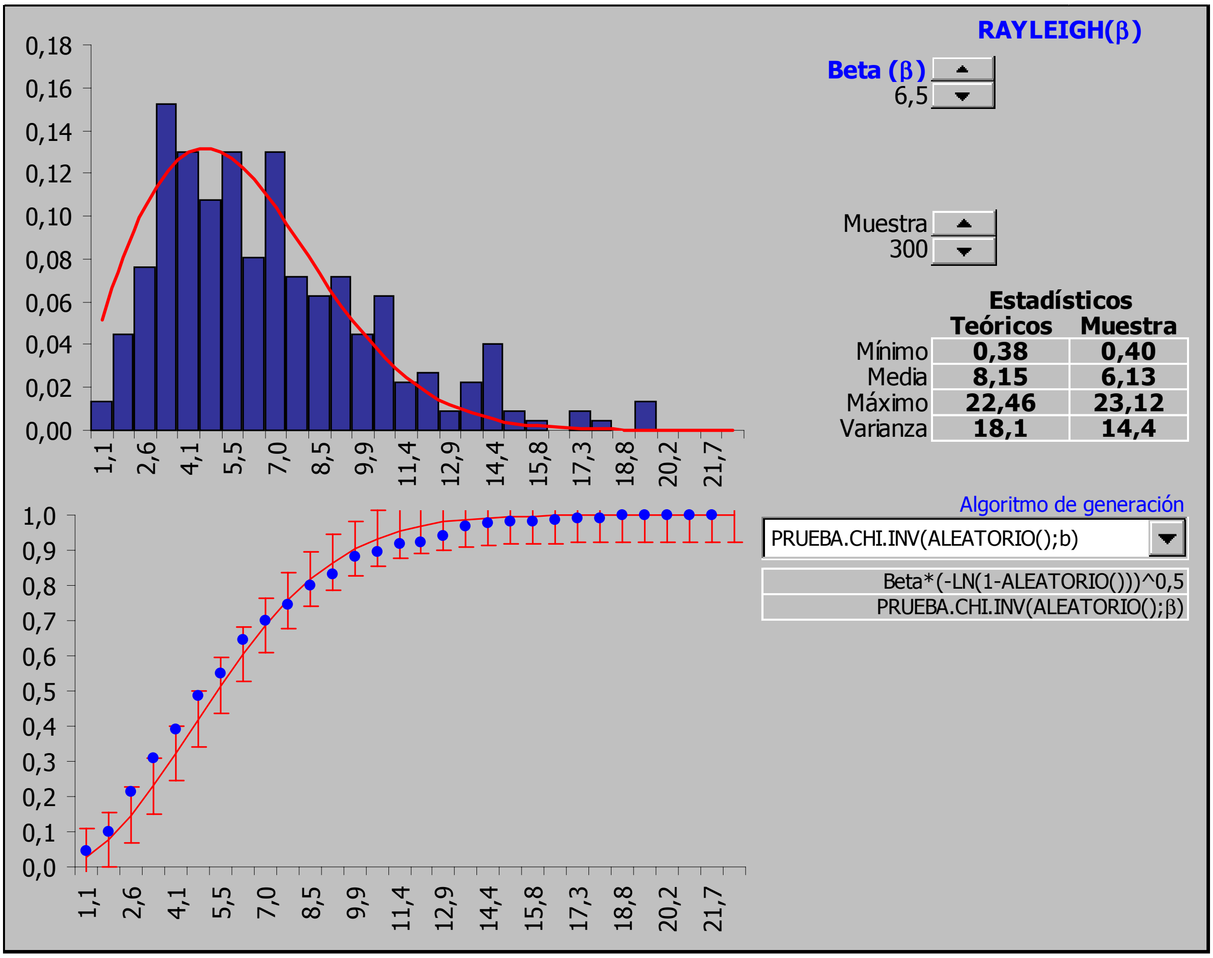
Generación.

En Excel es posible obtener v.a. a través de cualquiera las fórmulas siguientes:

- **PRUEBA.CHI.INV(ALEATORIO();β)**
- **β*(-LN(1-ALEATORIO()))^0,5**

Hoja de cálculo.

El fichero Rayleigh.xls contiene una hoja que posibilita la descripción gráfica y la generación de v.a. tipo Rayleigh. Su aspecto es el siguiente:



Pareto

Usos.

La distribución de Pareto aparece asociada a multitud de magnitudes naturales. Es profusamente empleada para modelizar aspectos tales como: la **distribución de la renta** de los individuos (cuando ésta supera un cierto umbral β); las **reclamaciones de seguros**; la **distribución de recursos naturales** en zonas geográficas; el **tamaño de las ciudades**; el **numero de empleados de las empresas**; las fluctuaciones de los **precios en los mercados de valores**, entre otras. En algunos textos la encontramos exclusivamente asociada a la distribución de los ingresos de los individuos: *"la probabilidad de que la renta de un individuo supere una cierta cantidad A es una variable aleatoria de Pareto(α=A,)"*.

En general, es una distribución a tener en cuenta para modelizar una magnitud (positiva) cuando en ésta se cumpla que un pequeño porcentaje de valores aparece un gran número de veces y es posible un elevado número de valores extremos aunque muy poco probables.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~Par(α,β)**, ambos parámetros son de *escala* ($\alpha,\beta>0$), además β indica el valor mínimo posible de la variable ($\beta\leq \mathbf{X}<\infty$).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\alpha\beta^{\alpha}}{\mathbf{x}^{\alpha+1}}$$

,la función de distribución es:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 1 - \left(\frac{\beta}{\mathbf{x}}\right)^{\alpha}$$

Estadísticos.

La media (para α>1) y la varianza (para α>2) son, respectivamente:

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha-1} \quad ; \quad \frac{\alpha\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$$

el sesgo y la curtosis son (respectivamente):

$$\frac{2(\alpha+1)}{(\alpha-3)}\sqrt{\frac{\alpha-2}{\alpha}} \quad ; \quad \frac{3(3\alpha^2+\alpha+2)(\alpha-2)}{\alpha(\alpha-3)(\alpha-4)}$$

Propiedades.

La distribución siempre es sesgada hacia la derecha y nunca toma valores negativos, nótese que los momentos de orden k sólo existen si α>k.

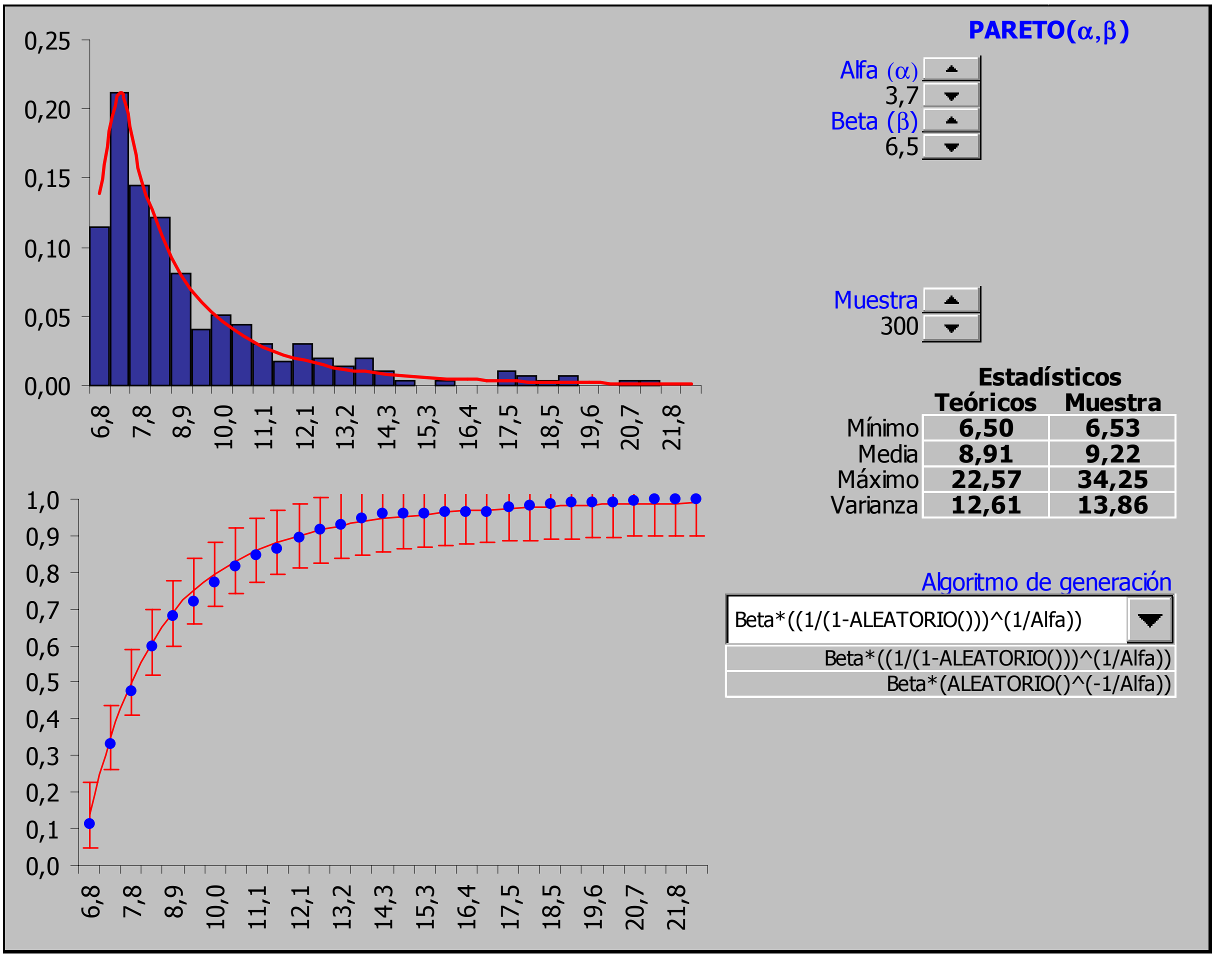
Generación.

En la literatura aparecen descritos diversos métodos para generar v.a. de Pareto. En Excel es posible obtener v.a. a través de cualquiera de las fórmulas siguientes:

- **β*((1/(1-ALEATORIO()))^(1/α))**
- **β*(ALEATORIO()^(-1/α))**

Hoja de cálculo.

El fichero Pareto.xls contiene una hoja que posibilita la descripción gráfica y la generación, por los dos métodos expuestos, de v.a. de Pareto. Su aspecto es el siguiente:



Triangular

Usos.

Su uso es como aproximación a la modelización de una magnitud aleatoria de la que **no se cuenta con datos** y únicamente puede aventurarse un mínimo y máximo absolutos y un valor modal.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~Tri(a,b,c)**, el parámetro **a** es de *posición* mientras que **b** es de *forma* y **c** es parámetro de *escala:* (a ≤ b ≤ c) y (a ≤ X ≤ c).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \dfrac{2(\mathbf{X}-\mathbf{a})}{(\mathbf{b}-\mathbf{a})(\mathbf{c}-\mathbf{a})} & \mathbf{a} \le \mathbf{X} \le \mathbf{c} \\[2ex] \dfrac{(\mathbf{b}-\mathbf{X})}{(\mathbf{b}-\mathbf{a})(\mathbf{b}-\mathbf{c})} & \mathbf{c} < \mathbf{X} \le \mathbf{b} \end{cases}$$

,la función de distribución es:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \dfrac{(\mathbf{X}-\mathbf{a})^2}{(\mathbf{b}-\mathbf{a})(\mathbf{c}-\mathbf{a})} & \mathbf{a} \le \mathbf{X} \le \mathbf{c} \\[2ex] 1-\dfrac{(\mathbf{b}-\mathbf{X})}{(\mathbf{b}-\mathbf{a})(\mathbf{b}-\mathbf{c})} & \mathbf{c} < \mathbf{X} \le \mathbf{b} \end{cases}$$

Estadísticos.

La media y varianza son (respectivamente):

$$\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}}{3} \quad ; \quad \frac{\mathbf{a}^2+\mathbf{b}^2+\mathbf{c}^2-\mathbf{ab}-\mathbf{ac}-\mathbf{bc}}{18}$$

Propiedades.

Si a=c la distribución se convierte en una Triangular izquierda; si c=b la distribución se convierte en una triangular derecha**.**

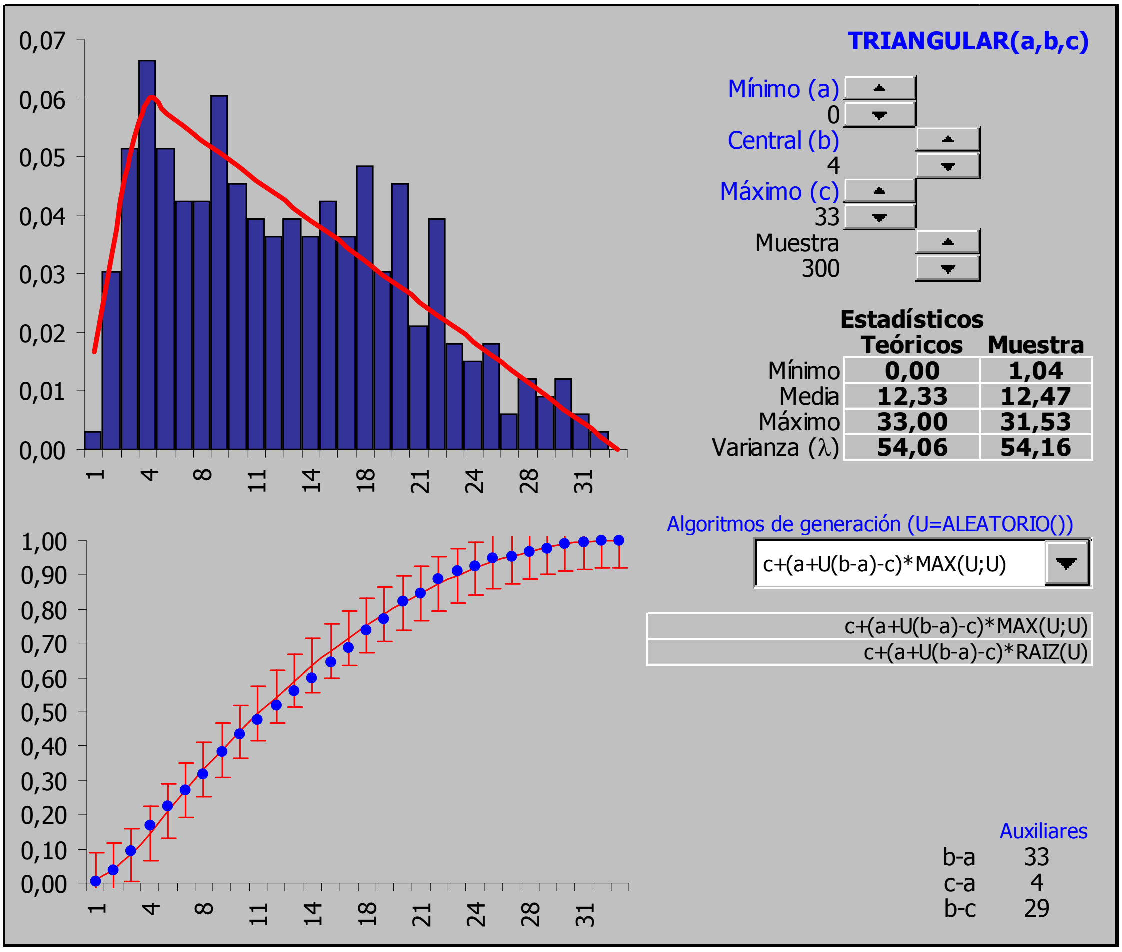
Generación.

Excel no cuenta con una función para la inversa de la función de distribución, sin embargo, la generación de variables aleatorias puede hacerse utilizando cualquiera de las dos fórmulas siguientes:

- **c + (a+ALEATORIO()*(b-a)-c)*MAX(ALEATORIO();ALEATORIO())**
- **c + (a+ALEATORIO()*(b-a)-c)*RAIZ(ALEATORIO())**

Hoja de cálculo.

El fichero Triang.xls es una plantilla para la generación y análisis de la distribución Triangular en Excel. Su aspecto es el siguiente:



Uniforme

Usos.

Su uso es como aproximación a la modelización de una magnitud aleatoria de la que **no se cuenta con datos** y únicamente puede aventurarse un mínimo y máximo absolutos no pudiéndose hacer conjeturas sobre su distribución dentro de ese intervalo. Por otra parte es la **base de la generación del resto de variables aleatorias**.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~U(a,b)**, el parámetro **a** es de *posición*, mientras que la cantidad **b-a** (b>a) determina la *escala* de la distribución.

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{b}-\mathbf{a}}$$

,la función de distribución es:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{X}-\mathbf{a}}{\mathbf{b}-\mathbf{a}}$$

Estadísticos.

La media y varianza son (respectivamente):

$$\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2} \quad ; \quad \frac{(\mathbf{b}-\mathbf{a})^2}{12}$$

el sesgo, la curtosis y el coeficiente de variación son (respectivamente):

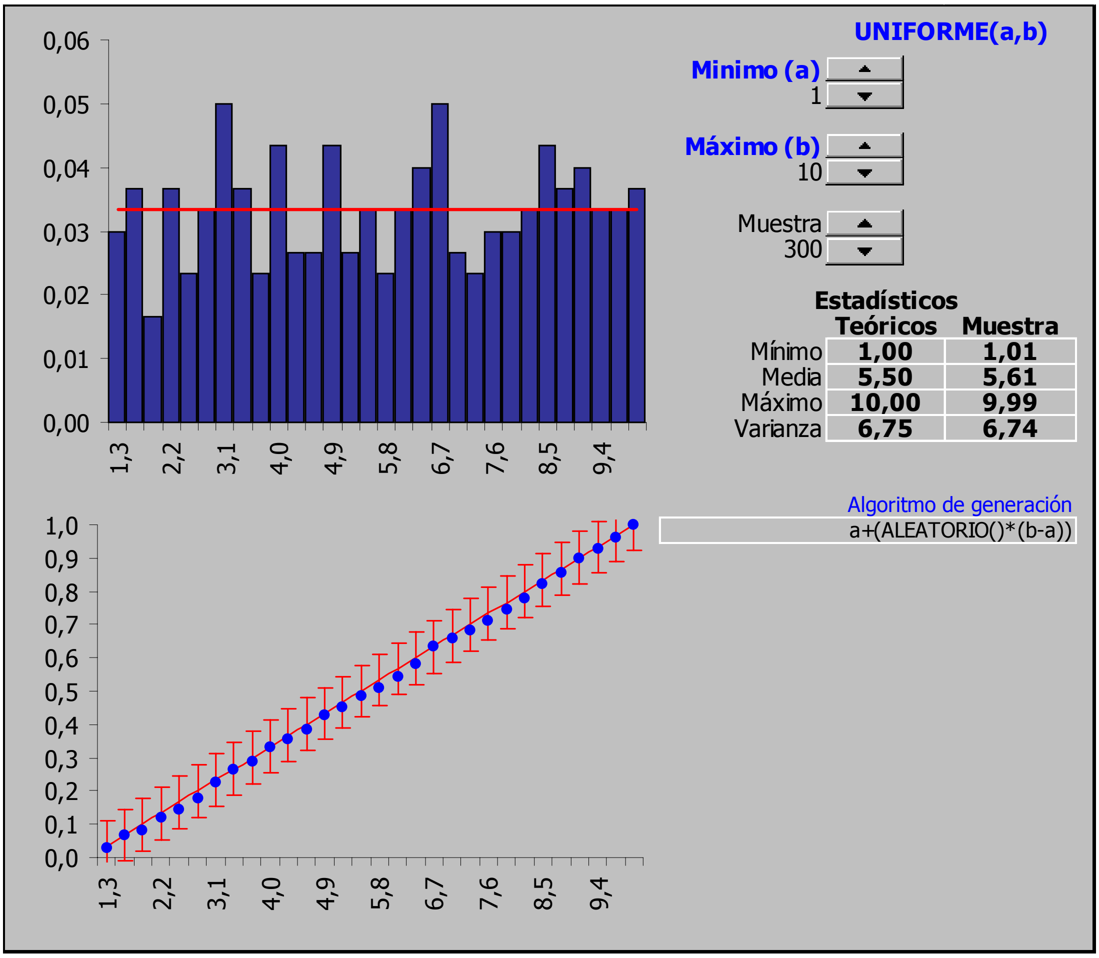
$$0 \quad ; \quad \frac{9}{5} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\mathbf{b}-\mathbf{a}}{\mathbf{a}+\mathbf{b}}$$

Generación.

Excel cuenta con una función para la generación de variables aleatorias uniformes, la v.a. U(0,1) se obtiene a través de la función **ALEATORIO()**, mientras que a partir de ésta puede obtenerse la de la U(a,b) sin más que usar la fórmula **a + (b-a)*ALEATORIO()**.

Hoja de cálculo.

El fichero Uniforme.xls es una plantilla para la generación y análisis de esta distribución en Excel. Su aspecto es el siguiente:



Weibull

Usos.

Se trata de una distribución de valores positivos desarrollada (por Walladi Weibull) para explicar la duración aleatoria - el **tiempo de vida** o de **funcionamiento** - de cualquier dispositivo, natural o no, si éste pasa por una primera fase de gran mortalidad (mortalidad infantil o defectos de fabricación) una fase intermedia con muy poca probabilidad de fallo (periodo adulto o periodo útil de servicio) y una fase final en la que la probabilidad de fallo (de avería o de muerte) aumenta rápidamente.

También se aplica para modelizar la **duración de una tarea** en estudios PERT/CPM.

Notación y parámetros.

La notación habitual es **X~Wei(α,β)** o bien **X~Weibull(α,β)**, el parámetro **α** (α>0) es de *escala* mientras que **β** es el parámetro de *forma* (β>0).

Densidad y Distribución.

La función de densidad es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \alpha\beta^{-\alpha}\,\mathbf{x}^{\alpha-1}\,\mathbf{e}^{-\left(\frac{\mathbf{x}}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

,la función de distribución es:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 1 - \mathbf{e}^{-\left(\frac{\mathbf{x}}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

Estadísticos.

La media y varianza son (respectivamente):

$$\frac{\beta}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) \quad ; \quad \frac{\beta^2}{\alpha}\left\{2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right) - \frac{1}{\alpha}\left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right]^2\right\}$$

el coeficiente de variación es:

$$\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)}{\left[\Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)\right]^2} - 1}$$

Propiedades.

Si α=1 la distribución se convierte en una **Exp**(β); si β=2 la distribución se convierte en una χ^2 con α grados de libertad**.**

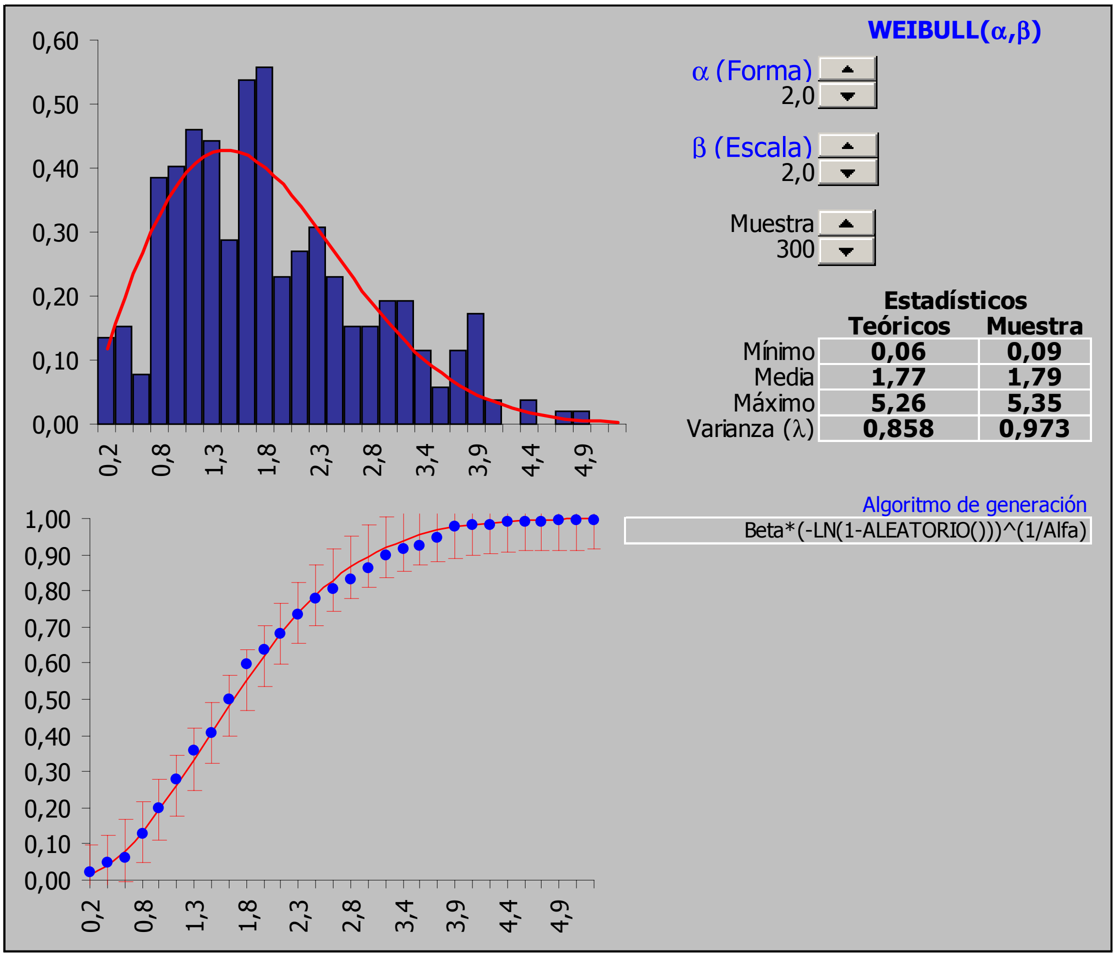
Generación.

Excel no cuenta con una función para la inversa de la función de distribución, sin embargo, la generación de variables aleatorias puede hacerse utilizando la fórmula siguiente:

$$\beta\ \text{*(-LN(1-ALEATORIO()))\^{}(1/}\alpha\text{)}$$

Hoja de cálculo.

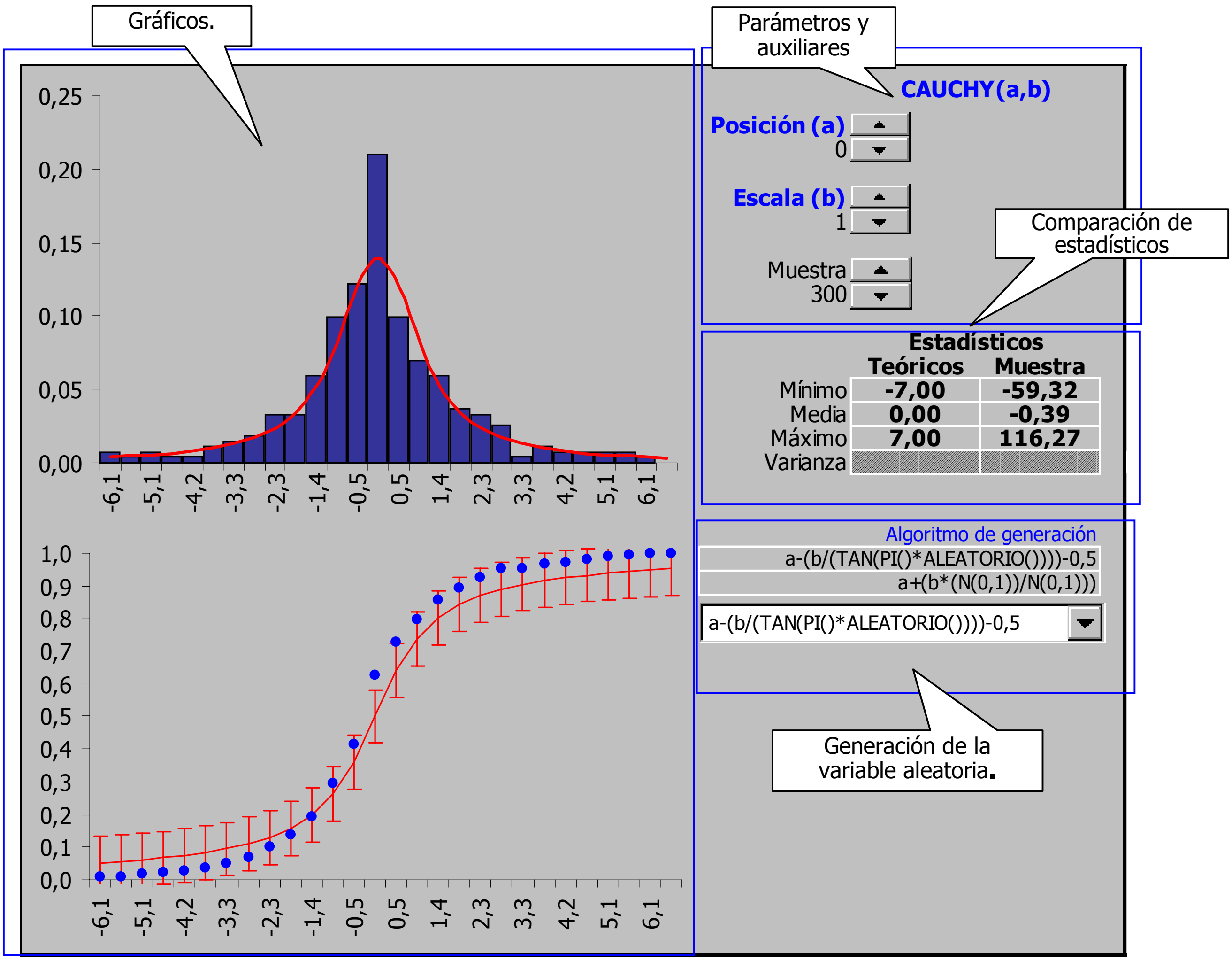
El fichero Weibull.xls es una plantilla para la generación y análisis de la distribución Weibull en Excel. Su aspecto es el siguiente:



Anexo 1 Hoja Patrón para las variables aleatorias continuas.

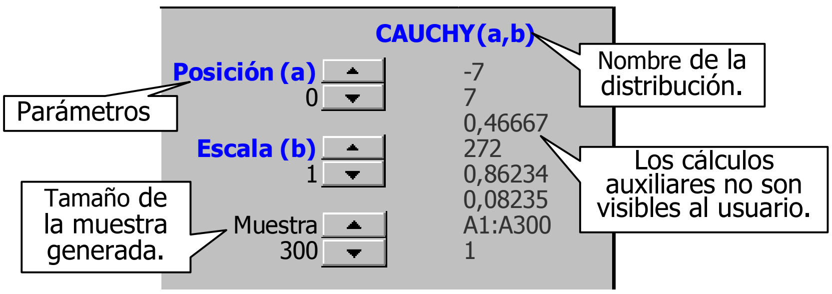
Cada una de las hojas de cálculo dedicadas al análisis de una distribución está dividida en cinco partes. Cuatro de ellas son externamente visibles y están dedicadas a presentar la información gráfica que describe la distribución de que se trate para la configuración de parámetros elegida por el usuario. La quinta, que permanece oculta bajo las cuatro visibles, está dedicada a recoger la muestra aleatoria generada bajo el algoritmo propuesto y la tabulación de ésta junto con la distribución teórica, tabulación sobre la que se basa la descripción gráfica visible de la distribución.

A la vista del usuario aparecen las zonas siguientes: parámetros y cálculos auxiliares, gráficos, comparación de los estadísticos teóricos con los muestrales y la descripción del algoritmo, o algoritmos, de generación de variables aleatorias.



Parámetros y Auxiliares.

En esta zona se indica el nombre común, no abreviado, de la variable aleatoria, sus parámetros, indicando a veces la función de éstos, así como un control para variar tanto el valor de los parámetros como el tamaño de la muestra aleatoria que se generará.



Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)

Ocultos al usuario (al estar escritos con tinta del mismo color que el fondo) aparecen una serie de cálculos auxiliares. Su descipción es la siguiente:

Muestra (***Visible***)	Tamaño de la muestra simulada	Se controla por formulario, el valor máximo es 300 que puede ser modificado en las propiedades del selector.
Mínimo	Valor mínimo teórico de los datos.	En realidad se trata del valor crítico para el 1% o el 5%. Depende de la naturaleza de la v.a. a veces es cero directamente, lo normal es utilizar el propio algoritmo de generación aplicado a una probabilidad pequeña (0,01 o 0,05). En el caso de weibull es: =Beta*(-LN(0,999))^(1/Alfa)
Máximo	Id al mínimo	=Beta*(-LN(0,001))^(1/Alfa)
Delta	Amplitud del intervalo de las tablas	Dividimos el rango teórico de la v.a. en 30 partes para crear primero las tablas y después los gráficos =(Máximo-Mínimo)/30
n corregido	véase más adelante	Observaciones muestrales que están incluidas en el rango X. (En ocasiones distinto del tamaño muestral elegido ya que el rango no es completo y puede que algún valor generado caiga fuera de él) =SUMA(L(-3)C(-6):L(26)C(-6))
factor gráfico	véase más adelante	Es necesario normalizar para que los gráficos de las densidades estén en una misma escala. =SUMA(Den)/SUMA(f_s)
KS gráfico	véase más adelante	Banda del estadístico de Kolmogorov Smirnov. Aunque puede variar según la v.a. el caso general es 1,3581/RAIZ(n corregido)
Datos	Dirección en la que se encuentra la muestra simulada	Colocaremos la muestra siempre en las dos primeras columnas de manera que su dirección será **="A1:A" & Muestra** o bien **="B1:B" & Muestra**
Selector de algoritmo	Algoritmo de generación que será usado	Cuando es posible se ofrece un segundo método de generación de v.a. elegible mediante un selector. Esta variable indica el método seleccionado.

Comparación de los estadisticos.

Se calculan tanto los estadísticos teóricos de la distribución para los parámetros elegidos como los observados en la muestra generada. Esta comparación se hace únicamente a efectos informativos y no tiene ningún valor de contraste de hipótesis. Es necesario adecuar para cada v.a. los estadísticos empleados, los muestrales se construyen con las funciones de Excel aplicadas al rango de datos simulados[2].

	Estadísticos	
	Teóricos	**Muestra**
Mínimo	**-7,00**	**-116,81**
Media	**0,00**	**3,88**
Máximo	**7,00**	**1053,49**
Varianza		

Algoritmo de generación de la v.a.

Se describe la sintaxis del algoritmo empleado en la generación de la muestra aleatoria y en caso de que se proponga más de un método se habilita un selector que permita al usuario elegir entre los métodos propuestos.

Algoritmo de generación
a-(b/(TAN(PI()*ALEATORIO())))-0,5
a+(b*(N(0,1))/N(0,1)))

a-(b/(TAN(PI()*ALEATORIO())))-0,5

[2] La v.a Cauchy cuya hoja ha servido de ejemplo par construir esta descripción no tiene una varianza finita de ahí que no se lleve a cabo su cálculo. Por otra parte, al tratarse de una distribución de colas muy largas y de un tamaño muestral relativamente pequeño la diferencia entre los valores teóricos y los muestrales es muy notable.

Tablas de gráficos

Ocultas tras los gráficos se encuentran las tablas en las que se realizan los cálculos que permiten la representación gráfica tanto de la variable aleatoria teórica como de la muestra simulada.

La tabla aparece oculta detrás de los gráficos. Es la base para construir éstos.

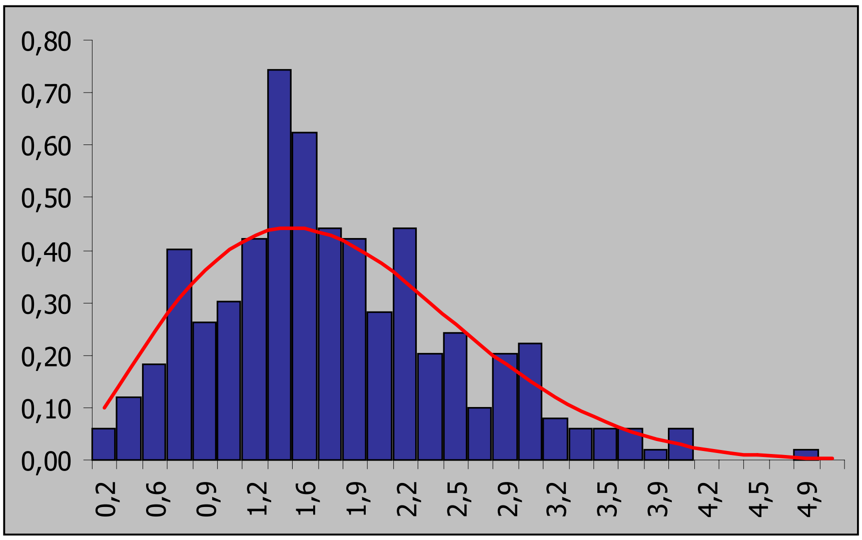
X	Den	Dis	n	f_s	f1_s	f2_s
0,24	0,116546	0,013871	1	0,0033	0,01921	0,00333
0,41	0,196334	0,041052	8	0,0268	0,15367	0,03000

La descripción de los epígrafes de la tabla y del contenido a los que éstos se refieren es la siguiente:

X	Rango de la v.a.	El primer valor es Mínimo + Delta, los demás se calculan como L(-1)C + Delta
Den	Densidad de la v.a.	Función de densidad teórica evaluada en cada punto de X. Se utilizan las funciones de Excel cuando éstas existen o bien se construye la fórmula manualmente.
Dis	Distribución de la v.a.	Función de distribución teórica evaluada en cada punto de X. Se utilizan las funciones de Excel cuando éstas existen o bien se construye la fórmula manualmente.
ni	Frecuencia absoluta de la muestra en función de los valores de X	Se construye a partir de la función FRECUENCIA de Excel. Es **matricial** ={FRECUENCIA(INDIRECTO(Datos);X)}
f_s	Densidad de la muestra	Para cada clase, se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de la clase entre el número de observaciones muestrales que están incluidas en el rango teórico considerado (X): =LC(-1)/ n corregido
f1_s	Densidad corregida de la muestra	Son los valores anteriores pero corregidos por el factor gráfico para conseguir una misma escala de representación de las funciones de densidad teórica y simulada. =f_s * factor gráfico
f2_s	Distribución de la muestra	Para cada clase se calcula dividiendo el valor de la frecuencia absoluta acumulada (ni) entre los datos considerados (n corregido): =SUMA($F$4:F4)/$L$7

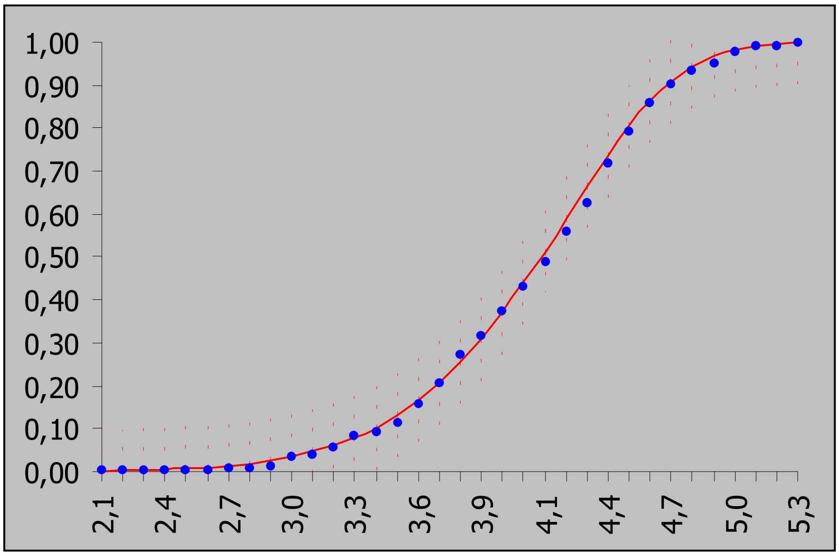
Gráficos

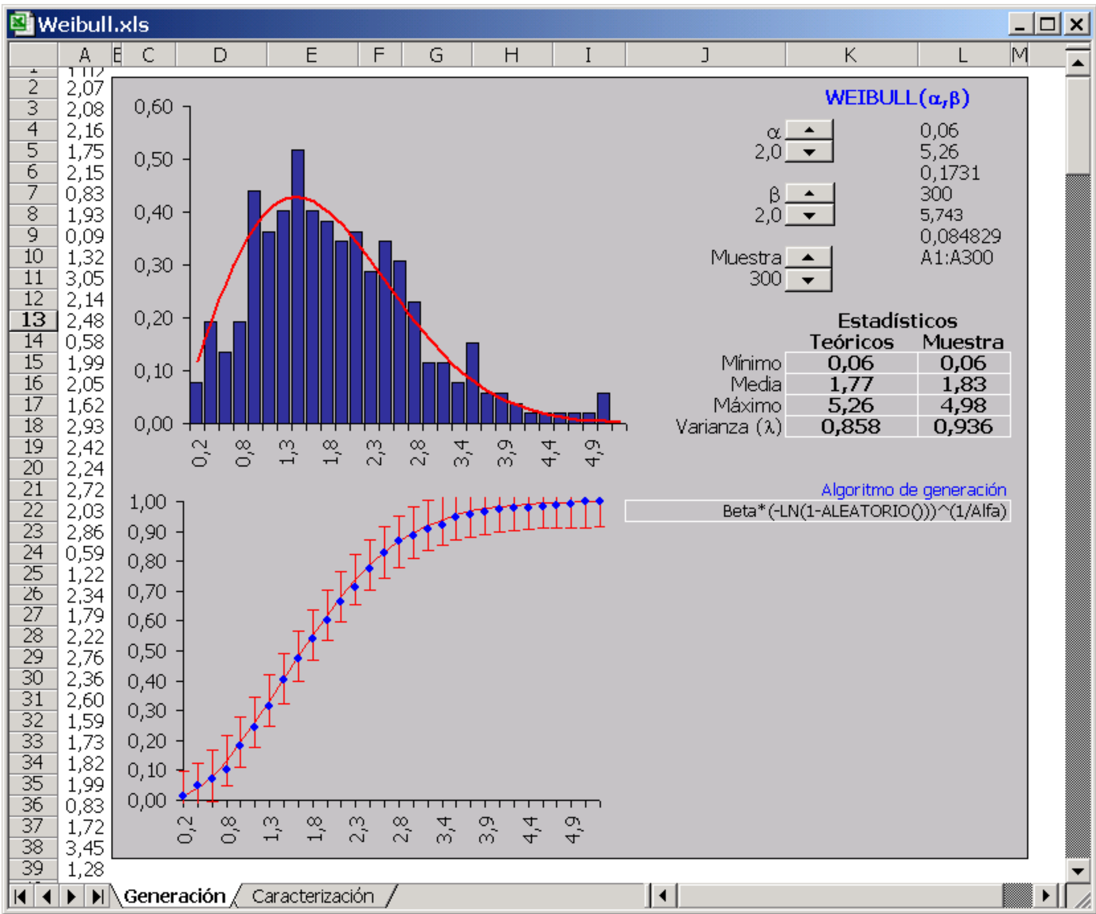
Función de densidad de la v.a e histograma de los datos simulados. Los rangos son **X** vs **Den** para la densidad de la v.a. y **X** vs **f1_s** para el histograma.



Función de distribución teórica y muestral. Los rangos son **X** vs **f2_s** para la muestral simulada y **X** vs **Dis** para la teórica. A esta última se le añade una banda de error calculada sobre el test de bondad del ajuste de Kolmogorov-Smirnov (correspondiente al valor KS gráfico de la tabla de parámetros y auxiliares) de valor[3]:

$$KS_g = \frac{1{,}3581}{\sqrt{n}}$$

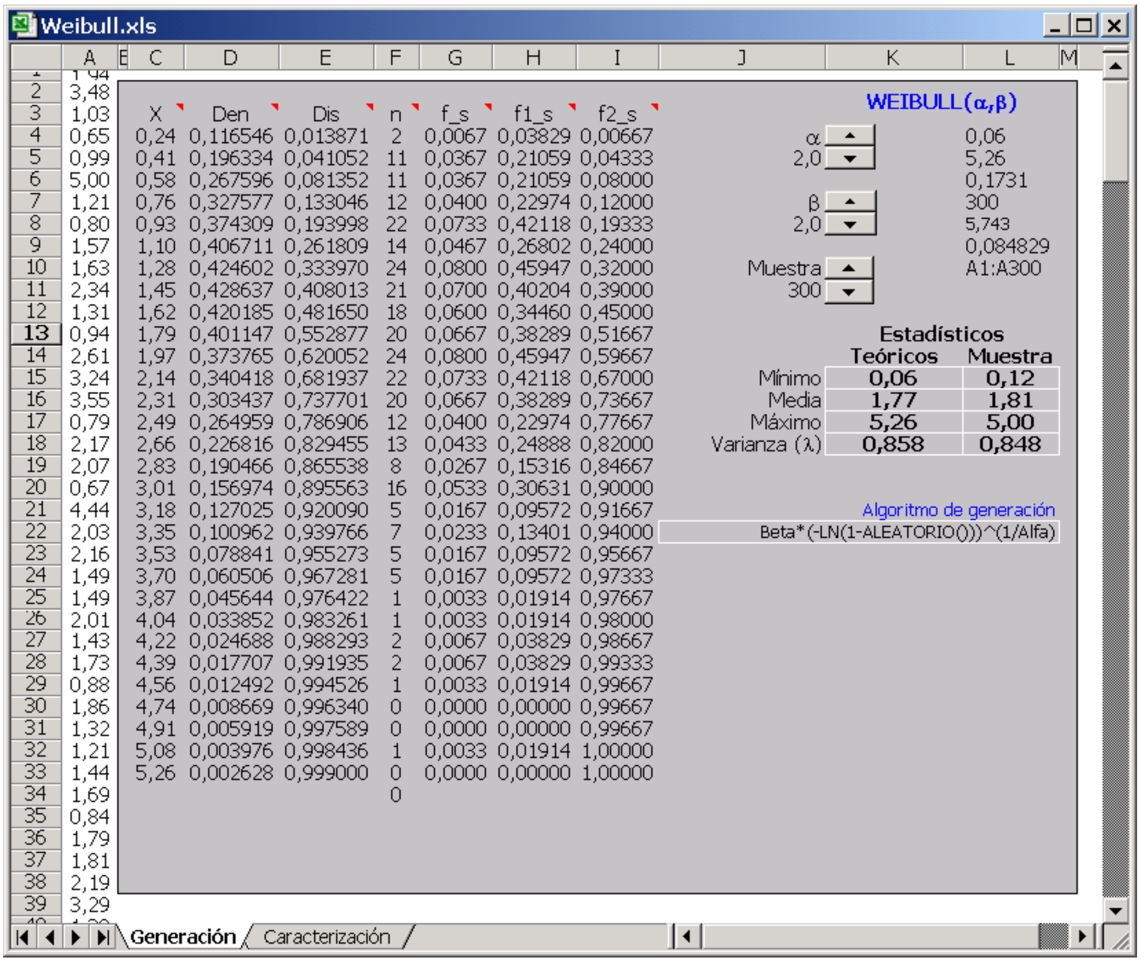




---

[3] Véase Law y Kelton

El aspecto que presentaría la hoja en caso de eliminar los gráficos y hacer visible las tablas seria el siguiente:



	A	X	Den	Dis	n	f_s	f1_s	f2_s
2	3,48							
3	1,03							
4	0,65	0,24	0,116546	0,013871	2	0,0067	0,03829	0,00667
5	0,99	0,41	0,196334	0,041052	11	0,0367	0,21059	0,04333
6	5,00	0,58	0,267596	0,081352	11	0,0367	0,21059	0,08000
7	1,21	0,76	0,327577	0,133046	12	0,0400	0,22974	0,12000
8	0,80	0,93	0,374309	0,193998	22	0,0733	0,42118	0,19333
9	1,57	1,10	0,406711	0,261809	14	0,0467	0,26802	0,24000
10	1,63	1,28	0,424602	0,333970	24	0,0800	0,45947	0,32000
11	2,34	1,45	0,428637	0,408013	21	0,0700	0,40204	0,39000
12	1,31	1,62	0,420185	0,481650	18	0,0600	0,34460	0,45000
13	0,94	1,79	0,401147	0,552877	20	0,0667	0,38289	0,51667
14	2,61	1,97	0,373765	0,620052	24	0,0800	0,45947	0,59667
15	3,24	2,14	0,340418	0,681937	22	0,0733	0,42118	0,67000
16	3,55	2,31	0,303437	0,737701	20	0,0667	0,38289	0,73667
17	0,79	2,49	0,264959	0,786906	12	0,0400	0,22974	0,77667
18	2,17	2,66	0,226816	0,829455	13	0,0433	0,24888	0,82000
19	2,07	2,83	0,190466	0,865538	8	0,0267	0,15316	0,84667
20	0,67	3,01	0,156974	0,895563	16	0,0533	0,30631	0,90000
21	4,44	3,18	0,127025	0,920090	5	0,0167	0,09572	0,91667
22	2,03	3,35	0,100962	0,939766	7	0,0233	0,13401	0,94000
23	2,16	3,53	0,078841	0,955273	5	0,0167	0,09572	0,95667
24	1,49	3,70	0,060506	0,967281	5	0,0167	0,09572	0,97333
25	1,49	3,87	0,045644	0,976422	1	0,0033	0,01914	0,97667
26	2,01	4,04	0,033852	0,983261	1	0,0033	0,01914	0,98000
27	1,43	4,22	0,024688	0,988293	2	0,0067	0,03829	0,98667
28	1,73	4,39	0,017707	0,991935	2	0,0067	0,03829	0,99333
29	0,88	4,56	0,012492	0,994526	1	0,0033	0,01914	0,99667
30	1,86	4,74	0,008669	0,996340	0	0,0000	0,00000	0,99667
31	1,32	4,91	0,005919	0,997589	0	0,0000	0,00000	0,99667
32	1,21	5,08	0,003976	0,998436	1	0,0033	0,01914	1,00000
33	1,44	5,26	0,002628	0,999000	0	0,0000	0,00000	1,00000
34	1,69				0			
35	0,84							
36	1,79							
37	1,81							
38	2,19							
39	3,29							

BIBLIOGRAFÍA

[1]. Bennet B.S ***"Simulation Fundamentals"***, Prentice Hall (1995)
[2]. Bratley, P., Fox, B. y Schrage, L. ***"A Guide to Simulation"***, Springer. (1987)
[3]. Fishman, G.S. ***"Monte Carlo: Concepts, Algorithms and Applications"***, Springer (3rd ed.) (1999).
[4]. Gordon G. ***"System Simulation"*** Editorial Prentice-Hall (1978).
[5]. Jambunathan, M. V. "*Some Properties of Beta and Gamma Distributions*." Ann. Math. Stat. 25, 401-405, 1954.
[6]. Kleijnen, J. y Van Groenendaal, W. ***"Simulation: A Statistical Perspective"***, Wiley(1992).
[7]. Kolarski, I. "On Groups of n Independent Random Variables whose Product Follows the Beta Distribution." Colloq. Math. IX Fasc. 2, 325-332, (1962).
[8]. Krysicki, W. "On Some New Properties of the Beta Distribution." Stat. Prob. Let. 42, 131-137, (1999).
[9]. Law A. M., W. D. Kelton ***"Simulation Modeling & Analysis"*** Ed. McGraw-Hill (1984).
[10]. MacDougall M.H. ***"Simulating Computer Systems Techniques and Tools"*** MIT Press (1987).
[11]. Motwani y Ragharan ***"Randomized Algorithms"***, Cambridge U.P (1995).
[12]. Neelamkavil, F. ***"Computer Simulation and Modelling"***, Wiley (1988).
[13]. P. Bratley, B. L. Fox, L. E. Schrage ***"A Guide to Simulation"*** Springer-Verlag (1987).
[14]. Raj Jain ***"The Art of Computer Systems Performance Analysis"*** Ed. Wiley (1991).
[15]. Ríos Insua et al. ***"Simulación métodos y aplicaciones"*** Ed. Ra-Ma, Madrid (1997)
[16]. Ripley, B. ***"Stochastic Simulation",*** Wiley (1987).
[17]. Ross, S. ***"A Course in Simulation"***, MacMillan (1990).
[18]. Thompson, J.R. ***"Simulation: A modeler´s Approach"***. John Wiley, 2000.
[19]. Ziegler, B. ***"Theory of Modelling and Simulation"***, Wiley (1976).

ENLACES

[W1] http://www.xycoon.com/continuousdistributions.htm Borghers, Reymen, y Wessa Resa Corporation.
[W2] "Bradford´s Law and related statistical patterns" Essays of an Information Scientist, Vol 4 pág. 476-482 1980.
[W3] Measuring risk by Extreme Values.pdf OPERATIONAL RISK SPECIAL REPORT. 2000.
[W4] Some EVT tools for estimation of large losses in Insurance.pdf Yuriy Krvavych, Kyiv National University of Taras, Ukraine
[W5] Statistical reliability analysis on Rayleigh Probability Distributions.pdf Russell J. Hoppenstein 2000
[W6] Statistically Minimum-loss Design of Averages Control.pdf CHAO-YU CHOU*,Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A) Vol. 24, No. 6, 2000. pp. 472-479
[W7] The Extended Generalized Gamma Model.pdf Gebrenegus Ghilagaber, Stockholm University, Department of Statistics.

Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD)